

令和5年度

理工学群物理学類  
私費外国人留学生入試

小論文  
試験問題

注意事項

- ① 問題1および問題2は別々の解答用紙に日本語で解答すること。下書き用紙は採点しません。
- ② 試験時間は90分です。

## 問題 1

地球のまわりを回る質量  $m$  の人工衛星を考える。地球は半径  $R$ 、質量  $M$  の一様な球で、人工衛星は地球から万有引力の法則に従う力を受けているものとする。このとき、以下の問いに答えよ。ただし、地上での重力加速度の大きさを  $g$ 、万有引力定数を  $G$  とする。また、人工衛星を質点とみなし、地球の自転および公転は無視するものとする。

問 1  $g$  を  $R, M, G$  を用いて表せ。

問 2 図1に示すように、人工衛星が地球のまわりを角速度  $\omega$  で半径  $r$  の等速円運動している。このとき、人工衛星の周期を  $T$  とすると、 $r$  と  $T$  の間には、 $T^2 = kr^3$  ( $k$  は定数) の関係がある。 $k$  を  $g, R$  を用いて表せ。

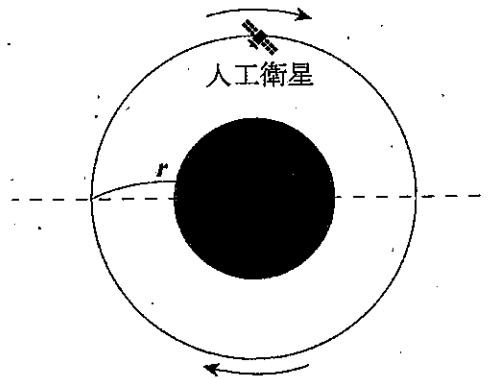


図 1

問 3 図2に示すように、人工衛星が半径  $2R$  で地球のまわりを等速円運動するとき、人工衛星の速さ  $v_0$  を  $g, R$  を用いて表せ。また、この円運動の周期を  $g, R$  を用いて表せ。

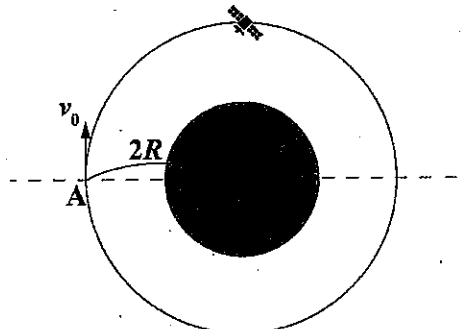


図 2

問3の状態から、人工衛星が軌道上の点Aにあるとき運動方向に瞬間的に加速し、速さを $v_1$ とすると、図3に示すように、人工衛星は、地球の中心Oを1つの焦点とし、ABを長軸とする楕円軌道を描いた。ここで、OB間の距離は $6R$ であった。以下の問いに答えよ。

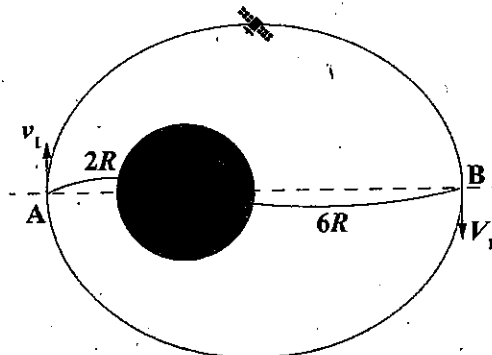


図3

問4 点Aにおける面積速度と点Bにおける面積速度が等しいことから、点Bにおける人工衛星の速さ $V_1$ を $v_1$ を用いて表せ。

問5 速さ $v_1$ を $g, R$ を用いて表せ。

問6 ケプラーの第三法則を用いることにより、この楕円運動の周期を $g, R$ を用いて表せ。

問3の状態から、人工衛星が点Aにあるとき運動方向に瞬間的に加速もしくは減速し、速さを $v$ とするときを考える。以下の問いに答えよ。

問7 人工衛星が地球と衝突せずかつ無限遠方に飛び去ることもなく楕円軌道を描き続けるためには、点Aでの速さ $v$ はどのような範囲になければならないか。以下の不等式の空欄(a)と(b)に当てはまる量を $g, R$ を用いて答えよ。

$$\boxed{(a)} < v < \boxed{(b)}$$

## 問題2

以下の問いではクーロンの法則の比例定数（真空中）を  $k_0$  とする。

[A]

正に帯電した4つの物体が電気を通さない4本の糸につながれて真空中にあるとする。糸の長さはすべて  $a$ 、物体の電気量は2つが  $Q$ 、残りの2つが  $q$  である。図1のように、物体は同一平面内でひし形（内角  $2\theta$ 、 $0 < \theta < \pi/2$ ）をつくって静止している。物体は十分に小さく、点電荷と考えてよい。物体に働く重力と糸の伸びは無視できるとして以下の問いに答えよ。

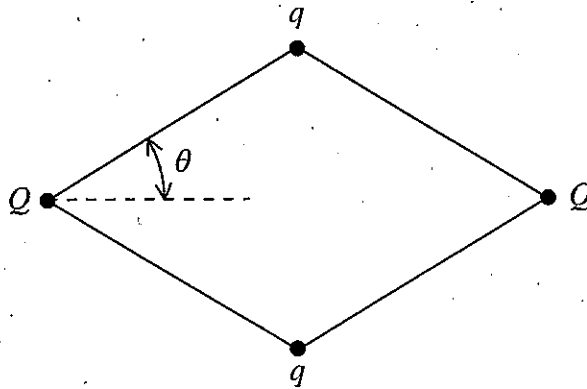


図1

- 問1. 電荷  $q$  の物体に働く力のつり合いを考えて、糸の張力  $T$  を  $k_0$ 、 $Q$ 、 $q$ 、 $a$ 、 $\sin \theta$  を用いて表せ。
- 問2. 電荷  $Q$  の物体に働く力のつり合いを考えて、 $T$  を  $k_0$ 、 $Q$ 、 $q$ 、 $a$ 、 $\cos \theta$  を用いて表せ。
- 問3. 問1と問2から、 $\tan \theta$  を  $k_0$ 、 $Q$ 、 $q$ 、 $a$  のうち必要なものを用いて表せ。

[B]

図 2(a) に示すように、真空中に半径  $R$  の球があり、その内部に正の電荷  $q$  が分布しているとする。分布は均一で偏りはない。球の中心からの距離が  $r$  の点を A とする。以下の問いに答えよ。

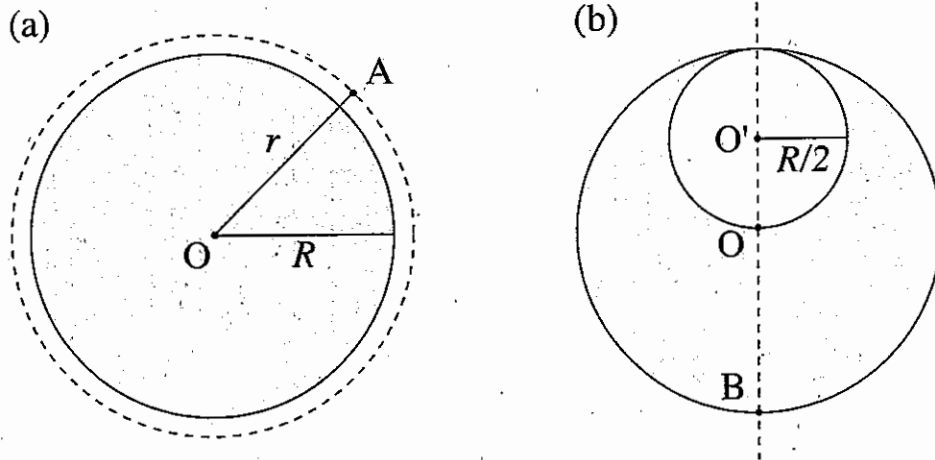


図 2

- 問 1.  $r > R$  のときの点 A における電場の大きさを  $k_0$ 、 $q$ 、 $R$ 、 $r$  を用いて表せ。電場の向きも示せ。
- 問 2.  $r < R$  のときの点 A における電場の大きさと向きを求めよ。
- 問 3. 問 1 と問 2 で求めた電場の大きさを  $r$  の関数として図示せよ。 $r = R$  のときの電場の値を図に記すこと。

次に、図 2(b) のように、半径  $R$  の球から半径  $R/2$  の球 (中心  $O'$ ) の内部にある電荷を取り除いたとする。ただし、残りの電荷は図 2(a) の球内部と同じ密度で均一に分布しているとする。図 2(b) において、点  $O$ 、 $O'$ 、 $B$  は 1 つの直線上にあり、 $OO'$  の長さは  $R/2$  である。

- 問 4. 点  $O$  と点  $B$  の電場の大きさと向きを求めよ。