令和5年度

試験名：推薦入試　　　　　　　　　　　　**【理工学群　工学システム学類】**

区　分	標準的な解答例又は出題意図
小論文 問題1	（出題意図）微分・積分について出題している。これらは大学で学ぶ上で必須の知識であり，これらに対する理解度を問う。

（解答例）

問１

(1) $F(x)=\frac{1}{2}e^{-\sqrt{3}x}\sin(x-\frac{5\pi}{6})+C$を微分すると，

$F'(x)=\{\frac{1}{2}e^{-\sqrt{3}x}\sin(x-\frac{5\pi}{6})+C\}'$

$=\frac{1}{2}\{\ -\sqrt{3}e^{-\sqrt{3}x}\sin(x-\frac{5\pi}{6})\ +\ e^{-\sqrt{3}x}\cos(x-\frac{5\pi}{6})\ \ \}$

$=\frac{1}{2}e^{-\sqrt{3}x}\{-\sqrt{3}\sin(x-\frac{5\pi}{6})+1\cdot\cos(x-\frac{5\pi}{6})\}$

$=\frac{1}{2}e^{-\sqrt{3}x}\left\{\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}\sin(x-\frac{5\pi}{6}+\alpha)\right\}$

ここで，$\cos\alpha=\frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{(-\sqrt{3})^2+(1)^2}}$, $\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{(-\sqrt{3})^2+(1)^2}}$.

すなわち$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\alpha=\frac{1}{2}$. $\therefore\ \alpha=\frac{5\pi}{6}$.

従って，$F'(x)=\frac{1}{2}e^{-\sqrt{3}x}\left\{\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}\sin(x-\frac{5\pi}{6}+\frac{5\pi}{6})\right\}$

$=\frac{1}{2}e^{-\sqrt{3}x}2\sin(x-\frac{5\pi}{6}+\frac{5\pi}{6})=e^{-\sqrt{3}x}\sin x$.

以上から$F'(x)=f(x)$が示せた。ゆえに$F(x)$は$f(x)$の不定積分である．

(2) $\int_0^{2\pi}f(x)dx=\left[\frac{1}{2}e^{-\sqrt{3}x}\sin(x-\frac{5\pi}{6})\right]_0^{2\pi}$

$=\frac{1}{2}\{e^{-\sqrt{3}\cdot2\pi}\sin(\frac{7\pi}{6})-e^{-\sqrt{3}\cdot0}\sin(-\frac{5\pi}{6})\}$

$=\frac{1}{2}\{e^{-\sqrt{3}\cdot2\pi}(-\frac{1}{2})-(-\frac{1}{2})\}$

$=\frac{1}{4}(1-e^{-2\sqrt{3}\pi})$

(3) $f'(x)=0$となるxを求める．

$f'(x)=(e^{-\sqrt{3}x}\sin x)'$

$=-\sqrt{3}e^{-\sqrt{3}x}\sin x+e^{-\sqrt{3}x}\cos x$

$=e^{-\sqrt{3}x}(-\sqrt{3}\sin x+1\cos x)$

$=e^{-\sqrt{3}x}\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}\sin(x+\alpha)$

ここで$\cos\alpha=\frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{(-\sqrt{3})^2+(1)^2}}$, $\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{(-\sqrt{3})^2+(1)^2}}$

すなわち$\cos\alpha=\frac{-\sqrt{3}}{2}$, $\sin\alpha=\frac{1}{2}\ \therefore\ \alpha=\frac{5\pi}{6}$.

従って$f'(x)=2e^{-\sqrt{3}x}\sin(x+\frac{5\pi}{6})$.

$f'(x)=0$のとき，$\sin(x+\frac{5\pi}{6})=0\ \ \therefore\ x+\frac{5\pi}{6}=0,\pm\pi,\pm2\pi,\ldots$

$0\leqq x\leqq2\pi$であるので$x=\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}$.

問題 1（つづき）

次に増減表を示す.

x	0	$\cdots$	$\dfrac{\pi}{6}$	$\cdots$	π	$\cdots$	$\dfrac{7\pi}{6}$	$\cdots$	2π
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{2}e^{-\frac{\sqrt{3}}{6}\pi}$	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{2}e^{-\frac{7\sqrt{3}}{6}\pi}$	$\nearrow$	0
			最大				最小		

ゆえに $f(x)$ は $x=\frac{\pi}{6}$ のとき最大値 $\frac{1}{2}e^{-\frac{\sqrt{3}}{6}\pi}$, $x=\frac{7\pi}{6}$ のとき最小値 $-\frac{1}{2}e^{-\frac{7\sqrt{3}}{6}\pi}$ をとる.

問2

(1) $f(x)=\int\frac{e^{kx}-e^{-kx}}{2}dx=\frac{1}{2k}(e^{kx}+e^{-kx})+C$ (Cは積分定数).

$f(0)=0$ であるので $f(0)=\frac{1}{2k}(e^{k\,0}+e^{-k\,0})+C=0$. $\therefore \frac{1}{2k}(2)+C=0$

$\therefore C=-\frac{1}{k}$ ゆえに$f(x)=\frac{1}{k}\left(\frac{e^{kx}+e^{-kx}}{2}-1\right)$.

(2) $\frac{e^{kx}+e^{-kx}}{2}>0$ であることに注意すると,

$\sqrt{1+\{g(x)\}^2}=\sqrt{1+(\frac{e^{kx}-e^{-kx}}{2})^2}=\sqrt{\frac{4+(e^{2kx}-2+e^{-2kx})}{4}}$

$=\sqrt{\frac{e^{2kx}+2+e^{-2kx}}{4}}=\sqrt{(\frac{e^{kx}+e^{-kx}}{2})^2}=\left|\frac{e^{kx}+e^{-kx}}{2}\right|=\frac{e^{kx}+e^{-kx}}{2}$

従って, (与式) $=\int_0^p\frac{1}{\sqrt{1+\{g(x)\}^2}}g'(x)dx=\int_0^p\frac{1}{\frac{e^{kx}+e^{-kx}}{2}}k\frac{e^{kx}+e^{-kx}}{2}dx$

$=\int_0^p k\,dx=[kx]_0^p=kp$.

問題 2

(1)　極板間を貫く電気力線の本数N，極板間の電場の強さEおよびV

$$N = 4\pi k_0 Q$$
$$E = \frac{N}{S} = \frac{4\pi k_0 Q}{S}$$
$$V = Ed = \frac{4\pi k_0 Q}{S} d$$

(2)　コンデンサの電気容量Cが，Sに比例し，dに反比例することを示せ。

$V = \frac{4\pi k_0 Q}{S} d$　より　　$Q = \frac{1}{4\pi k_0} \frac{S}{d} V$

電気容量Cは，QのVに対する比例定数であるから，

$$C = \frac{1}{4\pi k_0} \frac{S}{d}$$

よって，Cが，Sに比例し，dに反比例する。

(3)　極板間に蓄えられている静電エネルギーU

$U = \frac{1}{2} CV^2$　へ　$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$　を代入

$U = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} V^2$

(4)　極板 A に働く電気的な力を求めよ。

極板 A をΔdだけ上に持ち上げて，極板間の距離が$d + \Delta d$としたときの静電エネルギーの変化ΔUは，

$$\Delta U = U_0 - U = \frac{Q^2}{2C_0} - \frac{Q^2}{2C} = \frac{(d + \Delta d)Q^2}{2\varepsilon_0 S} - \frac{dQ^2}{2\varepsilon_0 S} = \frac{Q^2 \Delta d}{2\varepsilon_0 S}$$

$\Delta U = F\Delta d$より

$$F = \frac{\Delta U}{\Delta d} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S} = \frac{{\varepsilon_0}^2 S^2 V^2}{2\varepsilon_0 S d^2} = \frac{\varepsilon_0 S V^2}{2d^2}$$

(5)　スイッチ SW を入れる前の極板間の距離を求めよ。

スイッチ SW を入れた後の，ばねの伸びをΔlとすると，

$F = \frac{\varepsilon_0 S V^2}{2d^2} = k\Delta l$　より　$\Delta l = \frac{\varepsilon_0 S V^2}{2d^2 k}$

よって元の距離は　　$l = d + \Delta l = d + \frac{\varepsilon_0 S V^2}{2d^2 k}$

問題２（つづき）

(6)　電気容量C'

誘電体が入っていない部分の電気容量をC_1，誘電体が入っている部分の電気容量をC_2とすると，

$$\frac{1}{C'}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2} \qquad C_1=\varepsilon_0\frac{S}{\frac{1}{2}d}=\frac{2\varepsilon_0 S}{d}$$

$$C_2=2\varepsilon_0\frac{S}{\frac{1}{2}d}=\frac{4\varepsilon_0 S}{d}$$

$$\frac{1}{C'}=\frac{d}{2\varepsilon_0 S}+\frac{d}{4\varepsilon_0 S}=\frac{3d}{4\varepsilon_0 S}$$

$$C'=\frac{4\varepsilon_0 S}{3d}$$

(7)　極板間の静電エネルギーU'

スイッチを切っていたため，蓄えられている電荷量は変化しない。

$$U'=\frac{Q^2}{2C'}=\frac{3d}{2\cdot 4\varepsilon_0 S}\left(\frac{\varepsilon_0 SV}{d}\right)^2=\frac{3\varepsilon_0 S}{8d}V^2$$

問題 3	問 1 【解答例】私たちは同僚に，友人や人生の伴侶ほど多くを求めないと著者らは主張する。 問 2 【解答例】ここでは，私自身の言葉で著者らのリストを再掲するが，著者らは，網羅的なものであることを意図しているわけではない。 問 3 【解答例】著者らは，多くのロボットがすでに，良い同僚とは何か，というこれらの考えのいくつかに沿っており，将来的には私たちの職場にいるロボットがさらに良い同僚になると主張している。 問 4 【解答例】人が好きなようにみえること。 問 5 【解答例】協力的で，感じが良く，信頼できること。