

## 筑波大学理工学群応用理工学類

# 令和5年度私費外国人留学生入試

## 小論文問題

### 注意事項

- 1) 試験開始の合図があるまでこの問題冊子の中を見てはならない。
- 2) 問題は「問題1」と「問題2」の2題がある。
- 3) 解答用紙3枚の定められた欄に、受験する「学群、学類」、「氏名」、「受験番号」を記入すること。
- 4) 解答は下の表のように、それぞれ別々の解答用紙に記入すること。書ききれない場合には、裏面を使用してもよい。

問題番号	解答用紙
問題1 問1	1 枚
問題1 問2	1 枚
問題2	1 枚

- 5) 解答用紙上部の  内に問題番号を記入すること。

## 問題 1

### 問 1

次の定積分を求めよ。導出過程も示すこと。ただし、 $\log$ は自然対数とする。また、(3)では、 $a$ は正の定数とする。

$$(1) \int_0^{\log 7} \frac{e^x}{2+e^x} dx$$

$$(2) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + 3 \cos x)^3 dx$$

$$(3) \int_0^{\sqrt{a}} \frac{1}{(x^2+a)\sqrt{x^2+a}} dx$$

### 問 2

$xy$ 平面上に3点  $A, B, C$  があり、点  $B$  と点  $C$  の座標をそれぞれ  $(-a, 0), (a, 0)$  とする。点  $A$  は、線分  $AB, BC, CA$  の長さの和が2となるように  $xy$ 平面上を自由に動くものとする。 $a$ は  $0 < a < 1/2$  を満たすとして、以下の問いに答えよ。

(1) 点  $A$  が動く軌跡の概形を図示し、その軌跡が囲む領域の面積  $S_1$  を、 $a$  を用いて表せ。

(2) 面積  $S_1$  が取り得る範囲を求めよ。

(3) 線分  $AB, BC, CA$  が囲む領域の面積  $S_2$  を最大にする  $a$  の値と、そのときの点  $A$  の座標を求めよ。

(4) 線分  $AB, BC, CA$  が囲む領域を、 $x$ 軸の周りに回転した際にできる回転体の体積  $V$  を最大にする  $a$  の値と、そのときの点  $A$  の座標を求めよ。

## 問題2

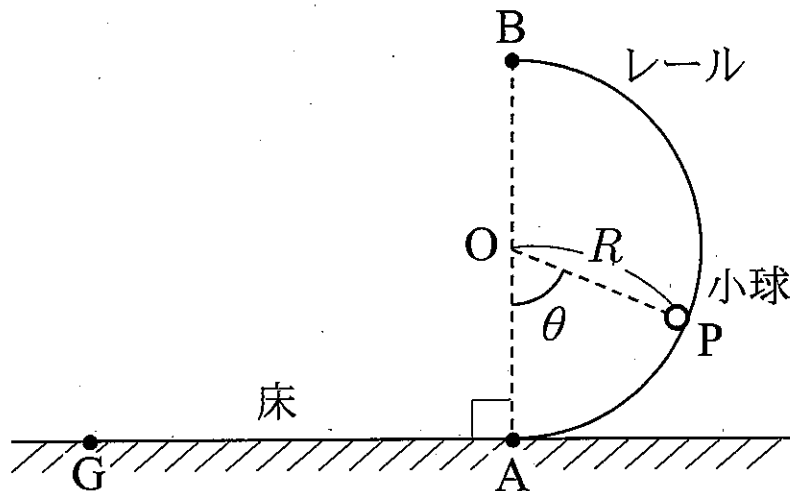
図のように、点  $O$  を中心とする半径  $R$  の半円形のレールが鉛直面内に置かれ、水平な床に接続されている。点  $A$  に置かれた質量  $m$  の小球が速さ  $v_0$  で右方向に向かって発射された。小球はレール上を運動し、ある地点でレールから離れた後、レールまたは床に到達した。重力は図の下向きに作用し、重力加速度の大きさを  $g$  とする。床を基準とする重力による小球の位置エネルギーを  $U$  とする。また、レール上の点  $P$  における、小球の速さを  $v$ 、小球がレールから受ける垂直抗力の大きさを  $N$ 、 $OA$  と  $OP$  のなす角度を  $\theta$  とする。レールはなめらかであると、小球の大きさと空気抵抗は無視できるものとする。レールを離れた小球が最初にレールまたは床に到達した地点を点  $G$  とする。以下の問いに答えよ。

まず、小球が点  $B$  まで到達した場合を考える。

- (1) 点  $P$  における  $U$  を、 $m$ 、 $g$ 、 $R$ 、 $\theta$  を用いて表せ。
- (2)  $v$  を  $v_0$ 、 $R$ 、 $g$ 、 $\theta$  を用いて表せ。
- (3)  $N$  を  $m$ 、 $v_0$ 、 $R$ 、 $g$ 、 $\theta$  を用いて表せ。
- (4)  $v_0$  の最小値を求めよ。
- (5)  $GA$  間の距離の最小値を求めよ。

次に、小球が点  $B$  に到達せず、 $\theta = 120^\circ$  の地点でレールから離れた場合を考える。

- (6)  $v_0$  を求めよ。
- (7)  $GA$  間の距離を求めよ。



図