令和5年度

試験名：国際バカロレア特別入試　　　　　**【理工学群　応用理工学類】**

区　　分	標 準 的 な 解 答 例 又 は 出 題 意 図
問題 1	（出題意図）微分・積分について出題している。これらは大学で学ぶ上で必須の知識であり，これらに対する理解度を問う。 （解答例） 問 1 (1) $F(x)=\frac{1}{2}e^{-\sqrt{3}x}\sin(x-\frac{5\pi}{6})+C$を微分すると， $F\,'(x)=\{\frac{1}{2}e^{-\sqrt{3}x}\sin(x-\frac{5\pi}{6})+C\}'$ $=\frac{1}{2}\{\ -\sqrt{3}e^{-\sqrt{3}}\sin(x-\frac{5\pi}{6})\ +\ e^{-\sqrt{3}x}\cos(x-\frac{5\pi}{6})\ \ \}$ $=\frac{1}{2}e^{-\sqrt{3}x}\{-\sqrt{3}\sin(x-\frac{5\pi}{6})+1\cdot\cos(x-\frac{5\pi}{6})\}$ $=\frac{1}{2}e^{-\sqrt{3}x}\left\{\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}\sin(x-\frac{5\pi}{6}+\alpha)\right\}$ ここで，$\cos\alpha=\frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{(-\sqrt{3})^2+(1)^2}},\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{(-\sqrt{3})^2+(1)^2}}.$ すなわち$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2},\sin\alpha=\frac{1}{2}.\therefore\ \alpha=\frac{5\pi}{6}.$ 従って，$F'(x)=\frac{1}{2}e^{-\sqrt{3}x}\left\{\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}\sin(x-\frac{5\pi}{6}+\frac{5\pi}{6})\right\}$ $=\frac{1}{2}e^{-\sqrt{3}x}2\sin(x-\frac{5\pi}{6}+\frac{5\pi}{6})=e^{-\sqrt{3}x}\sin x.$ 以上から$F\,'(x)=f(x)$が示せた。ゆえに$F(x)$は$f(x)$の不定積分である. (2) $\int_0^{2\pi}f(x)dx=\left[\frac{1}{2}e^{-\sqrt{3}x}\sin(x-\frac{5\pi}{6})\right]_0^{2\pi}$ $=\frac{1}{2}\left\{e^{-\sqrt{3}\cdot 2\pi}\sin(\frac{7\pi}{6})-e^{-\sqrt{3}\cdot 0}\sin(-\frac{5\pi}{6})\right\}$ $=\frac{1}{2}\left\{e^{-\sqrt{3}\cdot 2\pi}(-\frac{1}{2})-(-\frac{1}{2})\right\}$ $=\frac{1}{4}\left(1-e^{-2\sqrt{3}\pi}\right)$ (3) $f'(x)=0$となるxを求める. $f'(x)=\left(e^{-\sqrt{3}x}\sin x\right)'$ $=-\sqrt{3}e^{-\sqrt{3}x}\sin x+e^{-\sqrt{3}x}\cos x$ $=e^{-\sqrt{3}x}(-\sqrt{3}\sin x+1\cos x)$ $=e^{-\sqrt{3}x}\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}\sin(x+\alpha)$ ここで$\cos\alpha=\frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{(-\sqrt{3})^2+(1)^2}}$, $\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{(-\sqrt{3})^2+(1)^2}}$ すなわち$\cos\alpha=\frac{-\sqrt{3}}{2},\sin\alpha=\frac{1}{2}\ \therefore\ \alpha=\frac{5\pi}{6}.$ 従って$f'(x)=2e^{-\sqrt{3}x}\sin(x+\frac{5\pi}{6}).$ $f'(x)=0$のとき，$\sin(x+\frac{5\pi}{6})=0\ \ \therefore x+\frac{5\pi}{6}=0,\pm\pi,\pm2\pi,\ldots$ $0\leqq x\leqq 2\pi$であるので$x=\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}.$

次に増減表を示す.

x	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{6}$	$\cdots$	π	$\cdots$	$\frac{7\pi}{6}$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{2}e^{-\frac{\sqrt{3}}{6}\pi}$	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{2}e^{-\frac{7\sqrt{3}}{6}\pi}$	$\nearrow$
			最大				最小	

ゆえに $f(x)$ は $x=\frac{\pi}{6}$ のとき最大値 $\frac{1}{2}e^{-\frac{\sqrt{3}}{6}\pi}$, $x=\frac{7\pi}{6}$ のとき最小値 $-\frac{1}{2}e^{-\frac{7\sqrt{3}}{6}\pi}$ をとる.

問2

(1) $f(x)=\int\frac{e^{kx}-e^{-kx}}{2}dx=\frac{1}{2k}(e^{kx}+e^{-kx})+C$ (Cは積分定数).
$f(0)=0$ であるので $f(0)=\frac{1}{2k}(e^{k\,0}+e^{-k\,0})+C=0$. $\therefore \frac{1}{2k}(2)+C=0$
$\therefore C=-\frac{1}{k}$ ゆえに$f(x)=\frac{1}{k}\left(\frac{e^{kx}+e^{-kx}}{2}-1\right)$.

(2) $\frac{e^{kx}+e^{-kx}}{2}>0$ であることに注意すると,
$\sqrt{1+\{g(x)\}^2}=\sqrt{1+\left(\frac{e^{kx}-e^{-kx}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{4+(e^{2kx}-2+e^{-2kx})}{4}}$
$=\sqrt{\frac{e^{2kx}+2+e^{-2kx}}{4}}=\sqrt{\left(\frac{e^{kx}+e^{-kx}}{2}\right)^2}=\left|\frac{e^{kx}+e^{-kx}}{2}\right|=\frac{e^{kx}+e^{-kx}}{2}$
従って, (与式) $=\int_0^p\frac{1}{\sqrt{1+\{g(x)\}^2}}g'(x)dx=\int_0^p\frac{1}{\frac{e^{kx}+e^{-kx}}{2}}k\frac{e^{kx}+e^{-kx}}{2}dx$
$=\int_0^p k\,dx=[kx]_0^p=kp$.

令和5年度

試験名：国際バカロレア特別入試　　　　　　　　【理工学群　応用理工学類】

区　分	標準的な解答例又は出題意図
問題2	問1 （出題意図）図形と方程式について出題している。これらは大学で学ぶ上で必須の知識であり，これらに対する理解度を問う。 （解答例） (1) PA=PB=PC より， $\sqrt{(p-4)^2+q^2+r^2}=\sqrt{p^2+(q+2\sqrt{2})^2+r^2}=\sqrt{p^2+q^2+(r+2)^2}$ $-8p+16=4\sqrt{2}q+8=4r+4$ $q=-\sqrt{2}p+\sqrt{2},\quad r=-2p+3$ (2) $(p,-\sqrt{2}p+\sqrt{2},-2p+3)\Leftrightarrow\left(0,\sqrt{2},3\right)+p(1,-\sqrt{2},-2)$ $\frac{x-0}{1}=\frac{y-\sqrt{2}}{-\sqrt{2}}=\frac{z-3}{-2}$ $x=\frac{-y+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{-z+3}{2}$ $2x=-\sqrt{2}y+2=-z+3$ (3) $\frac{x}{4}-\frac{y}{2\sqrt{2}}-\frac{z}{2}=1$ $x-\sqrt{2}y-2z-4=0$ (4) $p-\sqrt{2}\left(-\sqrt{2}p+\sqrt{2}\right)-2(-2p+3)-4=0.$ $p=\frac{12}{7}$ $P=\left(\frac{12}{7},-\frac{5\sqrt{2}}{7},-\frac{3}{7}\right)$ (5) $D=\frac{\lvert -4\rvert}{\sqrt{1^2+(-\sqrt{2})^2+(-2)^2}}=\frac{4}{\sqrt{7}}$ (6) $(x-\frac{2}{7})^2+(y+\frac{2\sqrt{2}}{7})^2+(z+\frac{4}{7})^2=\frac{4}{7}$

	問2 （出題意図）数列ついて出題している。これらは大学で学ぶ上で必須の知識であり，これらに対する理解度を問う。

$$(3+\sqrt{2})^n = a_n + b_n\sqrt{2} \qquad ①$$

ただし　a_n, b_n　は自然数列

$$(3+\sqrt{2})^{n+1} = a_{n+1} + b_{n+1}\sqrt{2}$$

$$= \left(a_n + b_n\sqrt{2}\right)\left(3+\sqrt{2}\right)$$

$$= (3a_n + 2b_n) + (a_n + 3b_n)\sqrt{2}$$

(1) $$\begin{cases} a_{n+1} = 3a_n + 2b_n \\ b_{n+1} = a_n + 3b_n \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{n+1} + pb_{n+1} = q(a_n + pb_n) \\ a_{n+1} + pb_{n+1} = (3+p)a_n + (2+3p)b_n \end{cases}$$

$$q = 3 + p$$

$$qp = 2 + 3p$$

$$p^2 = 2, \qquad p = \pm\sqrt{2}$$

(2) $(p\,,q) = \left(\sqrt{2}, 3+\sqrt{2}\right)$　　(i)

$or\ \left(-\sqrt{2}, 3-\sqrt{2}\right)$　　(ii)

(3) ①より，$3+\sqrt{2} = a_1 + b_1\sqrt{2}$　　$(a_1, b_1) = (3,1)$

(i)のとき，$a_{n+1} + \sqrt{2}\,b_{n+1} = \left(3+\sqrt{2}\right)(a_n + \sqrt{2}\,b_n)$

$a_n + b_n\sqrt{2} = c_n$　と置くと

$c_1 = 3+\sqrt{2},\ \ c_n = a_n + b_n\sqrt{2} = (3+\sqrt{2})^n$

同様に（ii)のとき，

$c_1 = 3-\sqrt{2},\ \ c_n = a_n - b_n\sqrt{2} = (3-\sqrt{2})^n$

よって，　$a_n = \frac{1}{2}\left\{\left(3+\sqrt{2}\right)^n + \left(3-\sqrt{2}\right)^n\right\}$

$b_n = \frac{\sqrt{2}}{4}\left\{\left(3+\sqrt{2}\right)^n - \left(3-\sqrt{2}\right)^n\right\}$

令和5年度

試験名：国際バカロレア特別入試　【理工学群　応用理工学類】

区　分	標準的な解答例又は出題意図
問題3	問1 【解答例】私たちは同僚に，友人や人生の伴侶ほど多くを求めないと著者らは主張する。 問2 【解答例】ここでは，私自身の言葉で著者らのリストを再掲するが，著者らは，網羅的なものであることを意図しているわけではない。 問3 【解答例】著者らは，多くのロボットがすでに，良い同僚とは何か，というこれらの考えのいくつかに沿っており，将来的には私たちの職場にいるロボットがさらに良い同僚になると主張している。 問4 【解答例】人が好きなようにみえること。 問5 【解答例】協力的で，感じが良く，信頼できること。