令和5年度

試験名:学群編入学試験【情報学群　情報科学類・情報メディア創成学類】

区　分	標準的な解答例又は出題意図
問題1 (数学1)	出題意図 数の基本性質と数列の極限に関する知識と理解を問う.

解答例

(1) $a > b > 0$ から,

$$b_1 = \sqrt{ab} > 0, \quad a_1 - b_1 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 > 0.$$

$a_n > b_n > 0$ とすると

$$b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n} > 0, \quad a_{n+1} - b_{n+1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{a_n} - \sqrt{b_n}\right)^2 > 0$$

となる. よって, 数学的帰納法からすべての n に対して次の不等式が成り立つ:

$$a_{n+1} > b_{n+1} > 0. \qquad \text{(A)}$$

(A) と $a_0 > b_0 > 0$ により,

$$a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2} < \frac{a_n + a_n}{2} = a_n, \quad b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n} > \sqrt{b_n b_n} = b_n. \qquad \text{(B)}$$

(A) と (B) から以下が得られる:

$$a_n > a_{n+1} > b_{n+1} > b_n.$$

(2)

(2-1) $a_n \to \alpha\ (n \to \infty)$ とならなければ, 任意の自然数 N に対し, ある $n \geq N$ で

$$a_n - \alpha \geq \epsilon, \quad \text{すなわち}\ \alpha + \epsilon \leq a_n \qquad \text{(C)}$$

となる $\epsilon > 0$ が存在する. ところが

$$a_0 > a_1 > \cdots > a_N > \cdots > a_n$$

なので, (C) はすべての n に対して成り立つ. このことは α よりも大きな下界が $\{a_n\}$ に存在することを意味し, α が下限であることに矛盾する. 同様に, $b_n \to \beta\ (n \to \infty)$ とならなければ, $\{b_n\}$ に β よりも小さな上界が存在することになって矛盾が生じる.

(2-2) 漸化式

$$a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}$$

の両辺で $n \to \infty$ とすれば $\alpha = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ が成り立ち, これより $\alpha = \beta$ が得られる.

令和5年度

試験名：学群編入学試験【情報学群　情報科学類・情報メディア創成学類】

区　分	標準的な解答例又は出題意図

問題2
(数学2)

出題意図

行列の積，逆行列，固有値，固有ベクトルに関する知識を問う．

解答例

(1)

$q_{j(k+1)} = p_{j1}q_{1k} + p_{j2}q_{2k} + p_{j3}q_{3k}$ なので，$\boldsymbol{q}_{k+1} = A\boldsymbol{q}_k$ と表される．

(2)

$$(A \mid E_3) \xrightarrow{\text{1 行目を 2 行目から引く}} \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.5 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0.5 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{2 行目を 3 倍して 3 行目から引く}} \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.5 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{3 行目を 0.5 倍して 2 行目に足す}} \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0.5 & -0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{2 行目を 3 倍して 1 行目から引く}} \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 & -0.5 & 1.5 & -1.5 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0.5 & -0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{1 行目を 2 倍, 2 行目を 10 倍, 3 行目を (−1) 倍する}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & -5 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & -1 \end{pmatrix} = (E_3 \mid A^{-1})$$

(3)

$\boldsymbol{q}_{k-1} = A^{-1} \cdot {}^t\begin{pmatrix} 0.35 & 0.45 & 0.2 \end{pmatrix} = {}^t\begin{pmatrix} 0.4 & 0.5 & 0.1 \end{pmatrix}$ である．

(4)

${}^t\begin{pmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \end{pmatrix} = A \cdot {}^t\begin{pmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \end{pmatrix}$ より，

- $q_1 = \frac{3}{5}q_2$
- $q_1 + q_3 = \frac{6}{5}q_2$
- $q_3 = \frac{3}{5}q_2$

が得られる．また，状態 s_1, s_2, s_3 のいずれかを必ずとることから，

- $q_1 + q_2 + q_3 = 1$

である．これより，$q_2 = \frac{5}{11}, q_1 = q_3 = \frac{3}{11}$ となる．

(5)

固有方程式を解くと,

$$
\begin{aligned}
&|xE_3 - A| = 0 \\
&\begin{vmatrix} x-0.5 & -0.3 & 0 \\ -0.5 & x-0.4 & -0.5 \\ 0 & -0.3 & x-0.5 \end{vmatrix} \\
&= (x-0.5)\begin{vmatrix} x-0.4 & -0.5 \\ -0.3 & x-0.5 \end{vmatrix} + 0.5\begin{vmatrix} -0.3 & 0 \\ -0.3 & x-0.5 \end{vmatrix} \\
&= (x-0.5)\{(x-0.4)(x-0.5)-0.15\} + 0.5\cdot(-0.3(x-0.5)) \\
&= (x-0.5)(x^2-0.9x+0.2-0.15-0.15) \\
&= (x-0.5)(x+0.1)(x-1) = 0
\end{aligned}
$$

となり，固有値 $x = -0.1, 0.5, 1$ となる．各固有値に対する最初の成分が 1 である固有ベクトルは,

- $x = -0.1$ のとき,

$$
\begin{pmatrix} -0.6 & -0.3 & 0 \\ -0.5 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & -0.3 & -0.6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ a \\ b \end{pmatrix} = \mathbf{0}
$$

より， $-0.6-0.3a=0$, $-0.5-0.5a-0.5b=0$, $-0.3a-0.6b=0$ なので，求める固有ベクトルは，${}^t\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ である．

- $x = 0.5$ のとき,

$$
\begin{pmatrix} 0 & -0.3 & 0 \\ -0.5 & 0.1 & -0.5 \\ 0 & -0.3 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ a \\ b \end{pmatrix} = \mathbf{0}
$$

より， $-0.3a=0$, $-0.5+0.1a-0.5b=0$ なので，求める固有ベクトルは，${}^t\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ である．

- $x = 1$ のとき,

$$
\begin{pmatrix} 0.5 & -0.3 & 0 \\ -0.5 & 0.6 & -0.5 \\ 0 & -0.3 & 0.5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ a \\ b \end{pmatrix} = \mathbf{0}
$$

より， $0.5-0.3a=0$, $-0.5+0.6a-0.5b=0$, $-0.3a+0.5b=0$ なので，求める固有ベクトルは，${}^t\begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{3} & 1 \end{pmatrix}$ である．

令和5年度

試験名：編入学試験　　【情報学群　情報科学類・情報メディア創成学類】

区　分	標準的な解答例又は出題意図
問題3 (情報1)	出題意図

出題意図

データを圧縮・解凍（符号化・復号化）するアルゴリズムによって、情報学の基礎である情報量に関しての知識と理解を問う。

解答例

(1)

全部で7。出現回数はA=2、B=4、C=1。A～Cの出現確率をP_0～P_2とすると、$P_0=2/7$、$P_1=4/7$、$P_2=1/7$。

$\log_2 P_0=\log_2 2-\log_2 7=1-2.8=-1.8$

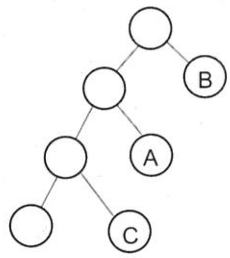
$\log_2 P_1=\log_2 4-\log_2 7=2-2.8=-0.8$

$\log_2 P_2=\log_2 1-\log_2 7=0-2.8=-2.8$

$$E=-(\frac{2}{7}*(-1.8)+\frac{4}{7}*(-0.8)+\frac{1}{7}*(-2.8))$$

$$=\frac{3.6+3.2+2.8}{7}=1.37=1.4$$

(2)



(3)　01 1 01 001 1 1 1

(4)　1.6

(5)　出現頻度の高いシンボルに少ないビット数を割り当てるため

(6)　C A B D E

(7)　$\frac{1}{2}n(n-1)$

(8)　①　j++;　　②　j = 0;

令和5年度

試験名：編入学試験　　【情報学群　情報科学類・情報メディア創成学類】

区　分	標準的な解答例又は出題意図

問題4
(情報2)
	出題意図
	整数論の問題を配列を使って扱うプログラムを題材とし、問題文からプログラムの仕様を理解できるか、C 言語プログラムコードの動作を理解できるか、求められた動作をする C 言語プログラムコードを作成できるかを問う問題として作成した。
	
	解答例
	
	(1)<pre>while (a[k] == 1) {
	  r++;
	  k--;
	}</pre>
	(2) {2, 1, 1, 1, 1, 0, 0}, 2
	
	(3) <code>if (a[i++] % 2 != 1) return 0;</code>
	
	(4)<pre>if (check[a[i]-1] != 0) return 0;
	check[a[i++]-1] = 1;</pre>
	(5)<pre>if (a[i] == a[i+1]) {
	  a[i] *= 2;
	  j = i + 1;
	  while (a[j] != 0) {
	    a[j] = a[j+1];
	    j++;
	  }
	}
	
	if (i > 0 && a[i-1] == a[i]) {
	  i--;
	} else {
	  i++;
	}</pre>