

令和5年度 私費外国人留学生 入学試験

小論文問題

(90分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は、この表紙を含めて3ページあります。
3. 解答用紙と下書き用紙の定められた欄に、「学群・学類」、「氏名」、「受験番号」を記入してください。
4. 問題は3問、解答用紙は3枚あります。各問題の解答は、それぞれ1枚の解答用紙に記入してください。裏面を使用しても構いません。
5. 解答用紙の上部の 内には、問題番号を明記してください。

問題 1

次の定積分を求めよ。導出過程も示すこと。ただし、 \log は自然対数とする。また、(3)では、 a は正の定数とする。

$$(1) \int_0^{\log 7} \frac{e^x}{2+e^x} dx$$

$$(2) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + 3 \cos x)^3 dx$$

$$(3) \int_0^{\sqrt{a}} \frac{1}{(x^2+a)\sqrt{x^2+a}} dx$$

問題 2

xy 平面上に3点A, B, Cがあり、点Bと点Cの座標をそれぞれ $(-a, 0)$, $(a, 0)$ とする。点Aは、線分AB, BC, CAの長さの和が2となるように xy 平面上を自由に動くものとする。 a は $0 < a < 1/2$ を満たすとして、以下の問いに答えよ。

(1) 点Aが動く軌跡の概形を図示し、その軌跡が囲む領域の面積 S_1 を、 a を用いて表せ。

(2) 面積 S_1 が取り得る範囲を求めよ。

(3) 線分AB, BC, CAが囲む領域の面積 S_2 を最大にする a の値と、そのときの点Aの座標を求めよ。

(4) 線分AB, BC, CAが囲む領域を、 x 軸の周りに回転した際にできる回転体の体積 V を最大にする a の値と、そのときの点Aの座標を求めよ。

問題3

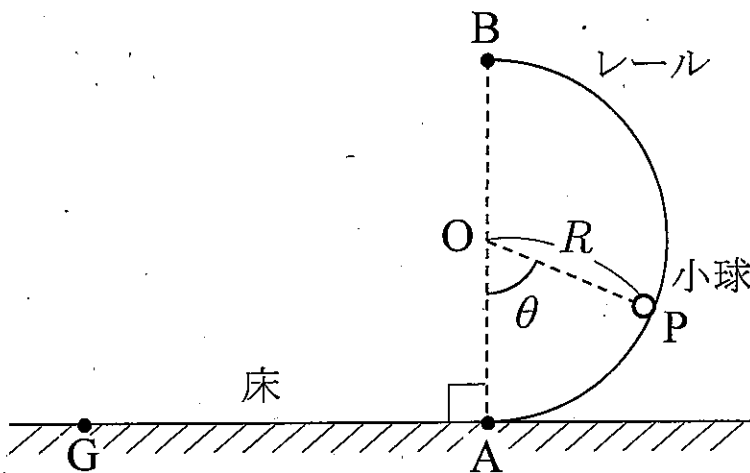
図のように、点 O を中心とする半径 R の半円形のレールが鉛直面内に置かれ、水平な床に接続されている。点 A に置かれた質量 m の小球が速さ v_0 で右方向に向かって発射された。小球はレール上を運動し、ある地点でレールから離れた後、レールまたは床に到達した。重力は図の下向きに作用し、重力加速度の大きさを g とする。床を基準とする重力による小球の位置エネルギーを U とする。また、レール上の点 P における、小球の速さを v 、小球がレールから受ける垂直抗力の大きさを N 、 OA と OP のなす角度を θ とする。レールはなめらかであるとし、小球の大きさや空気抵抗は無視できるものとする。レールを離れた小球が最初にレールまたは床に到達した地点を点 G とする。以下の問いに答えよ。

まず、小球が点 B まで到達した場合を考える。

- (1) 点 P における U を、 m 、 g 、 R 、 θ を用いて表せ。
- (2) v を v_0 、 R 、 g 、 θ を用いて表せ。
- (3) N を m 、 v_0 、 R 、 g 、 θ を用いて表せ。
- (4) v_0 の最小値を求めよ。
- (5) GA 間の距離の最小値を求めよ。

次に、小球が点 B に到達せず、 $\theta = 120^\circ$ の地点でレールから離れた場合を考える。

- (6) v_0 を求めよ。
- (7) GA 間の距離を求めよ。



図