令和５年度学群編入学試験

理工学群物理学類

学　力　検　査
（専門科目）
問　題　冊　子

注意事項

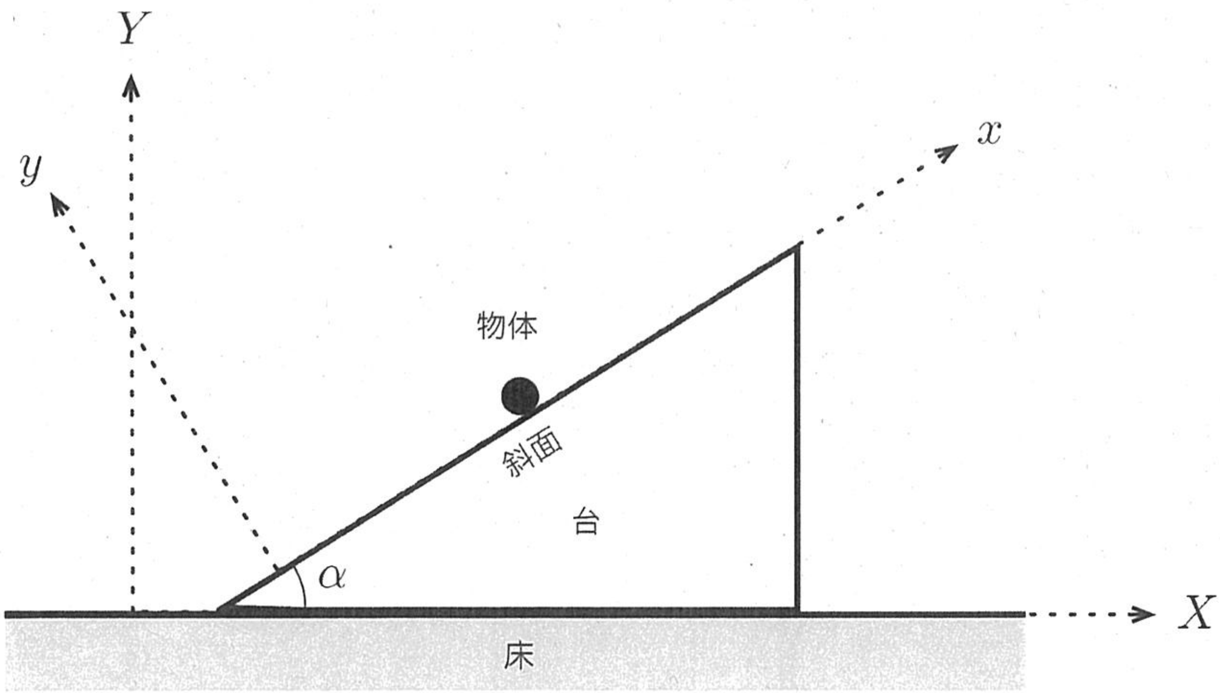
① 問題Ⅰ～Ⅲのすべてに解答すること。
② 解答用紙は各問題に対して１枚使用し、それぞれの解答用紙には「問題Ⅰ」のように問題番号を明記すること。
③ 解答が書ききれない場合には、「裏へ」と明記して、その解答用紙の裏面に続けて書くこと。
④ 下書き用紙は採点しない。
⑤ 試験時間は 120 分です。

問題 I

図のように、水平からの角度 α の斜面を持つ質量 M の台が水平な床の上にのっている。台と床の間に摩擦は無いとする。床は十分に広く、台は床から離れないとする。
時刻 $t=0$ に、質量 m の物体を台の斜面に静かにおいた。時刻 $t=0$ における物体および台の床に対する速さは 0 であった。重力加速度の大きさを g とする。物体と台の斜面の間には摩擦は無いとする。また、台の斜面は十分に広く、物体は斜面上のみを運動するとする。物体の大きさと物体の回転運動は無視できるものとする。

以上の場合に、物体と台がどのような運動を行うのかを考察しよう。ただし、物体と台は紙面に平行な鉛直面内を運動するものとする。
以下の二つの座標系を導入する。一つは、床に固定された座標系で、図では X, Y軸で表されている。床面上紙面右向きに X軸をとり、鉛直上向きに Y軸をとる。床面を $Y=0$ とする。この座標系を以後 XY-座標系と呼ぶことにする。
もう一つの座標系は、台に固定された座標系である。図では x, y軸で表されている。斜面上紙面右向きに x軸をとり、斜面に垂直上向きに y軸をとる。斜面上を $y=0$ とする。x, y軸は台に固定されており、台とともに動く。この座標系を以後 xy-座標系と呼ぶことにする。

物体の位置を、xy-座標系では (x, y)、XY-座標系では (X, Y) とする。台の重心の位置を、XY-座標系で (X_1, Y_1) とする。



問1. xy-座標系は台に固定された座標系であり、台が加速度運動するとき、非慣性系である。従って、xy-座標系では、見かけの力が物体にはたらく。XY-座標系での台のX方向の加速度 $\ddot{X}_1$ を使って、物体にはたらく見かけの力の x, y成分を求めよ。ここで物理量の時間による二階微分を二つのドットで表したが、以後この表記を用いることにする。

問2. xy-座標系での物体の加速度のy成分 $\ddot{y}$ は、物体が台の斜面上を運動することから常に $\ddot{y} = 0$ である。これを使って、物体が台の斜面から受ける垂直抗力を、$m, g, \ddot{X}_1, \alpha$ から必要なものを用いて表せ。

問3. xy-座標系での物体のx方向の運動方程式、および、XY-座標系での台のX方向の運動方程式を書け。このとき物体が台の斜面から受ける垂直抗力を Rとせよ。

問4. 問 2. で求めた垂直抗力の関係式と、問 3. で求めた運動方程式を使って、xy-座標系での物体の加速度のx成分 $\ddot{x}$、XY-座標系での台の加速度のX成分 $\ddot{X}_1$、物体が台の斜面から受ける垂直抗力 R を、m, M, g, α から必要なものを用いて表せ。

問5. XY-座標系での物体の加速度 $(\ddot{X}, \ddot{Y})$ を求めよ。

問6. 時刻 $t = 0$ から時刻 t までに、物体が鉛直方向に移動した距離（ XY-座標系での、物体のY座標の変化量 ）を ΔY とする。ΔY を求めよ。

問7. 物体が ΔY だけ動いたことにより、物体の重力の位置エネルギーが、物体と台の運動エネルギーに変換されたと考えられる。このことを物体と台の運動エネルギーを求めて確かめよ。

問題 II

以下の各問に答えよ。ただし、SI 単位系を用い、真空の誘電率をε_0とせよ。

図 1 に示すように中心を同じくする半径 a の導体球と、内径 b、外径 c $(a<b<c)$ の導体球殻が真空中に静止して置かれている。導体球に電荷 Q_1, 導体球殻に電荷 Q_2を与えた。ただし、$Q_1>0$, $Q_2>0$ とする。このとき、

問 1．導体球殻の内側、外側の表面に分布する電荷をそれぞれ答えよ。

問 2．中心からの距離 r $(r>c)$ の点における電場の大きさ $E(r)$と静電ポテンシャル $\phi(r)$を求めよ。ただし、無限遠における静電ポテンシャルを 0 とする。

問 3．中心からの距離 r $(a<r<b)$ の点における電場の大きさ $E(r)$と静電ポテンシャル $\phi(r)$を求めよ。ただし、無限遠における静電ポテンシャルを 0 とする。

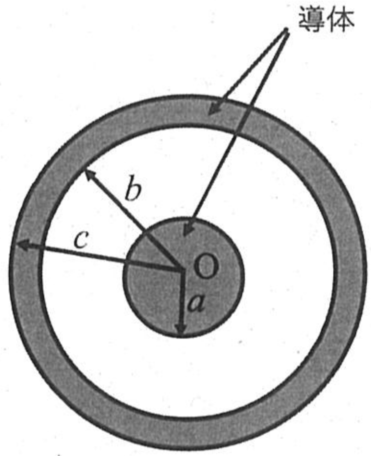


図 1

図 2 に示すように中心を同じくする半径 a の導体球が内径 a、外径 b の誘電体球殻に覆われ、真空中に静止して置かれている。ここで導体球に電荷 Qを与えた。ただし誘電体の誘電率εをする。また、中心 O を原点とする位置ベクトルを$\vec{r}$とし、動径方向の単位ベクトル$\vec{e_r} = \vec{r}/|\vec{r}|$ を用いて良い。

問 4．中心からの距離 r $(a<r<b)$ の点における電場ベクトル$\vec{E}(\vec{r})$と電束密度ベ

クトル$\vec{D}(\vec{r})$を求めよ。

問5．中心からの距離r ($a<r$) の点における分極ベクトル$\vec{P}(\vec{r})$を求めよ。

問6．中心からの距離$r=b$の誘電体表面上の点$\vec{r_s}$に分極により誘起される分極表面電荷密度をσ ($\vec{r_s}$) とすると、これは誘電体表面の法線ベクトル$\vec{n}(\vec{r_s})$（誘電体外向きを正）を用いて$\sigma(\vec{r_s})=\vec{P}(\vec{r_s})\cdot\vec{n}(\vec{r_s})$と表されることをガウスの法則を用いて示せ。

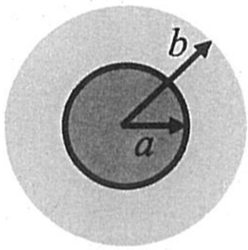


図2

図3に示すように静止して置かれた一様に$\vec{P}$（大きさP）に分極した十分に大きい誘電体の中に半径 a の球状の空洞がある。空洞の内部は真空であり、空洞の中心を原点Oとする。

問7．誘電体空洞の表面($|\vec{r}|=a$)に誘起される分極表面電荷密度を求め、これを用いて空洞の中心Oにおける電場の大きさと向きを求めよ。

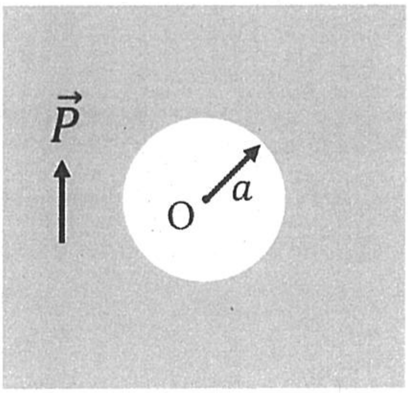
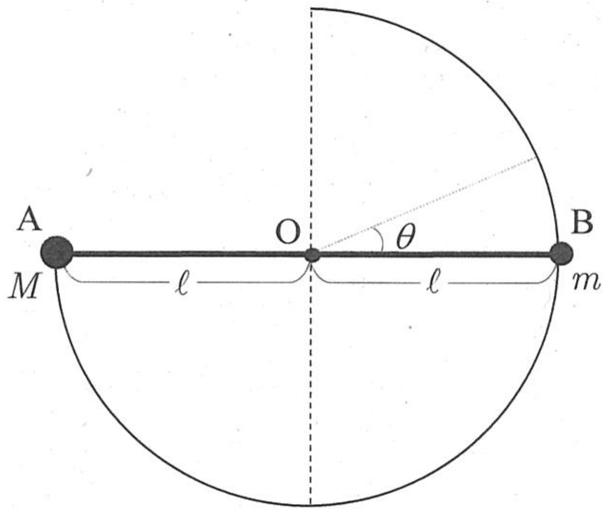


図3

問題 III

下図のように，質量Mの小球Aと，これより軽い質量mの小球Bが，長さlの軽い糸で，水平に置かれた細い支柱 O につながっている。2 つの小球を，糸がたわまないように，支柱 O と同じ高さまで静かに持ち上げ，同時にそっと手を離した。2 つの小球は，円弧に沿って落ち始め，やがて正面衝突した。衝突後，小球 A と B は円弧に沿って同じ向きに上昇した。小球 B は支柱 O の高さを超えたのち，あるところまで上昇すると糸がたわみ，その後は放物運動となった。以下の問いに答えよ。ただし，空気抵抗は無視できるものとし，重力加速度の大きさはgとする。



問 1．衝突する直前の小球 A と B の速さを求めよ。

問 2．衝突直後の A と B の速さをそれぞれv_A，v_Bとすると，衝突前後の運動量保存はどのような式で表されるか。

問 3． 2 つの小球が弾性衝突をした場合のv_Aとv_Bの関係式を求め，問 2 の運動量保存の式と合わせることによりv_Bを求めよ。

問 4．小球 B の糸がたわみ始める直前において，小球 B と支柱 O を結ぶ線分と支柱 O を通る水平面とのなす角をθとするとき，$\sin\theta$を求めよ。

問 5．小球 B が支柱 O を通る鉛直線上に達する前に糸がたわむためには質量mはどのような条件を満たさなければならないか。その条件をMを用いて表せ。