令和３年度学群編入学試験

理工学群物理学類

学力検査
（専門科目）
問題冊子

注意事項

① 問題Ⅰ～Ⅲのすべてに解答すること。

② 解答用紙は各問題に対して１枚使用し、それぞれの解答用紙には「問題Ⅰ」のように問題番号を明記すること。

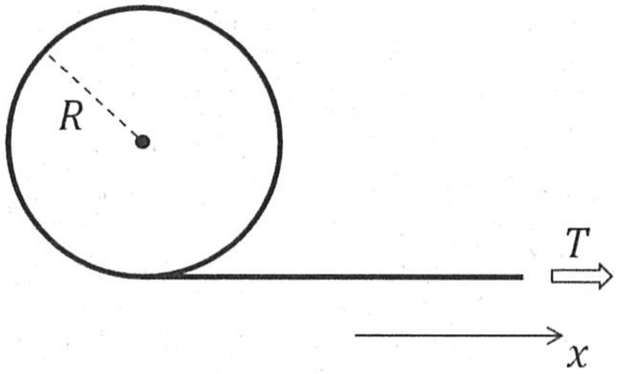
③ 解答が書ききれない場合には、「裏へ」と明記して、その解答用紙の裏面に続けて書くこと。

④ 下書き用紙は採点しない。

⑤ 試験時間は 120 分。

問題 I

図に示すように，質量M，半径Rの，密度の一様な円盤が，摩擦のない水平面上に置かれている．図は、水平面を上から見たものである。円盤の円周部分に質量と太さの無視できるひもを巻きつけ，円盤を静止させたのち，ひもを一定の力Tで円周の接線方向（x軸の正の方向とする）に引っ張った．このとき，以下の問に答えよ．ただし，ひもは十分に長く，たるんだりせず，また、ひもと円盤が空回りすることはないものとする．



図：水平面上の円盤．
上方から見た図である．

問１．円盤の重心はどの方向に動くか．

問２．時刻０にひもに力を加え始めたところ，時刻t_0には，円盤の重心は元の位置から距離ℓだけ離れた場所にあった．この時刻t_0を求め，このときの重心の速度v_0を求めよ．

問３．円盤の中心を通る鉛直方向の軸を考える．円盤のこの軸まわりの慣性モーメントIが

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

で与えられることを示せ．

問４．時刻t_0での円盤の回転の角速度ω_0を求めよ．答はM，R，T，ℓのうちから必要なものを用いて表せ．

問５．時刻０からt_0までの間に，ひもは円盤からどれだけ引き出されたか．ひもの出ていく速度を考えて，引き出された長さLを求めよ．答はM，R，T，ℓのうちから必要なものを用いて表せ．

問６．時刻t_0での円盤の運動エネルギーを求め，ひもを引く力のした仕事との関係を述べよ．

問題 II

体積 V、圧力 p、絶対温度 T の状態にある１モルの気体について以下の問に答えよ。内部エネルギー U は、温度 T と体積 V の２変数関数 $U(T,V)$ とみなして良く、R は気体定数、 p は圧力である。

(A) 問 1：内部エネルギーの変化 dU を、(T,V) の変化 (dT,dV) を用いて表せ。

問 2：エントロピー S の変化 dS は式(1)で与えられる。

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{pdV}{T} \qquad (1)$$

式(1)と問 1 のdUより、式(2)を導け

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p \qquad (2)$$

問 3：状態方程式 $pV= RT$ を満たす気体の内部エネルギーは体積 Vに依存しないことを示せ。

問 4：定積比熱 C_V が温度によらないとき、状態方程式 $pV= RT$ を満たす気体の内部エネルギーは、温度の一次関数であることを示せ。

(B) 状態方程式が van der Waals の式 $\left(p+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT$ で表され、定積比熱 C_V が温度によらない気体を考える。 a,b は定数。

問 5：この気体の内部エネルギーを求めよ。

問 6: エントロピーSは T,Vの関数である。エントロピー変化 dSをT,V,C_V, R,a,b の中から必要なものを用いて書け。

問 7：この気体の断熱準静的変化において

$$T(V-b)^{\frac{R}{C_V}} = 一定$$

が成り立つことを証明せよ。

(C) ある気体の状態方程式は、uをTのみの関数として、 $p=\frac{1}{3}u$で与えられ、内部エネルギー U は $U=Vu$と表すことができる。

問 8：関数 u の関数形を求めよ。

問題 III

時間的，空間的に変動する電場 $\boldsymbol{E}$ と磁束密度 $\boldsymbol{B}$ が，以下のマクスウェル方程式

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \cdots ① \qquad\qquad \mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \quad \cdots ②$$

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{B} = 0 \quad \cdots ③ \qquad\qquad \mathrm{rot}\,\boldsymbol{B} = \mu_0\left(\boldsymbol{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}\right) \quad \cdots ④$$

を満たす場合を考える。ここで，ρ は電荷密度，$\boldsymbol{j}$ は電流密度である。ε_0 は真空中の誘電率，μ_0 は真空中の透磁率であり，光の速度と $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ の関係があるとする。

問１　上のマクスウェル方程式は，どのような自然現象あるいは法則と結びついているのかを，４つの方程式それぞれについて簡素に述べよ。

問２　電場 $\boldsymbol{E}$ と磁束密度 $\boldsymbol{B}$ に関して以下の方程式，

$$\boldsymbol{\Delta E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0}\mathrm{grad}\,\rho + \mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{j}}{\partial t} \qquad\qquad \boldsymbol{\Delta B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2} = -\mu_0 \mathrm{rot}\,\boldsymbol{j}$$

が成り立つことを示せ。必要であれば，ベクトル解析の公式 $\mathrm{rot}(\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}) = \mathrm{grad}(\mathrm{div}\,\boldsymbol{A}) - \boldsymbol{\Delta A}$を使って良い。

問３　問２で求めた方程式が，真空中で波動方程式となる事を示せ。

次に，電荷分布と電流密度分布が０の状況で，以下のように与えられる電磁波を考える。

$$\boldsymbol{E} = \begin{pmatrix} E_0 \sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{z}{c}\right)\right] \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad\qquad \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ B_0 \sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{z}{c}\right)\right] \\ 0 \end{pmatrix}$$

ここで，Tは振動周期であり，E_0とB_0は定数とする。

問４　この電磁波がマクスウェル方程式を満たすためには，E_0 とB_0 はどのような条件を見たさねばならないかを示せ。

問５　この電磁波の進行方向を述べよ。また，１周期 T の間に、進行方向に垂直な単位面積を通過する電磁波のエネルギーの大きさを求めよ。