

令和3年度

理工学群物理学類 推薦入試

小論文 試験問題

注意事項

- ① 試験時間は120分です。
- ② 問題Ⅰ～Ⅲのすべてに解答せよ。
- ③ 解答用紙は各問題に対して1枚使用し、それぞれの解答用紙には「問題Ⅰ」のように問題番号を明記すること。
- ④ 解答を書ききれない場合は、「裏へ」と明記してその解答用紙の裏面に続けて書くこと。
- ⑤ 下書き用紙は採点しない。

問題 I

なめらかな水平面上に、自然長 L 、ばね定数 K を持つバネの一端を固定し、他端に質量 m の大きさが無視できる物体 A を取り付け、バネが自然長となるときの物体の位置が原点となるように x 軸座標を取る。以下では物体 A の x 軸上の 1 次元運動のみを考える。

問 1 図 1 に示すように、物体 A を原点位置から移動させ静かに離すと、物体 A は周期運動を行った。この周期運動の周期 T_0 を求め、 m, K, L のうち必要なものを用いて表せ。

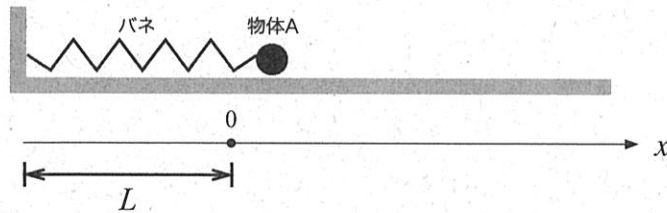


図 1

十分な長さを持つゴムひもの復元力は、ゴム長が自然長より長い時のみ伸びに比例し、

$$(\text{復元力}) = (\text{比例定数}) \times (\text{伸び})$$

が成り立ち、ゴム長が自然長よりも短いときには力を全く及ぼさないとする。このような自然長 l のゴムひもを準備し、伸びる際の復元力の比例定数を k とする。このゴムひもの一端を図 2 に示すように物体 A に固定し、他端を座標 $x = l + d$ の位置に固定する ($d > 0$)。以下の問に答えよ。

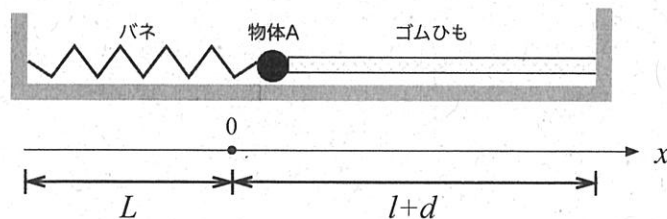


図 2

問2 物体 A に働くバネとゴムひもの張力が釣り合い、物体 A が静止している場合、その座標 x_0 を求めよ。

問3 物体 A を $x = d$ まで移動させ静かに離すと、ゴムひものが緩むことなく、物体 A は周期運動を行った。この周期運動の周期 T_1 を求め、 m, K, k, L, l, d のうち必要なものを用いて表せ。

次に、物体 A を $x = \sqrt{2}d$ まで移動させ静かに離すと、物体 A が $x = 0$ まで達して引き返す周期運動が見られた。しかし、運動中にゴムひものが緩んでいる時があり、そのため、この周期運動の周期は問3で求めた T_1 とは異なっていた。以下ではこの周期運動を考える。

問4 物体 A が $x = \sqrt{2}d$ から動き始めて、 $x = d$ を通過するときの物体 A の速さ v_0 を求め、 m, K, L, l, d のうち必要なものを用いて表せ。

問5 物体 A が $x = \sqrt{2}d$ から動き始めて、はじめて $x = d$ を通過するときまでにかかる時間 T_2 を求め、 m, K, L, l, d のうち必要なものを用いて表せ。

問6 物体 A が $x = 0$ でちょうど折り返すことから、ゴムひもの比例定数 k と K との間にある関係式を求め、定数 k を K を用いて表せ。

問7 物体 A の周期運動の周期 T_3 を求め、その値が問3で求めた T_1 と比較して大きい小さいかを答えよ。

問題 II

図1に示すように、鉛直上向きで磁束密度の大きさが B の一様な磁場中に、導体でできた十分に長い2本のレール ab 、 cd が、間隔 l で水平面内に平行に置かれている。レールの端点 a と c の間には、抵抗値が R の抵抗と、内部抵抗を無視できる電池が導線で結ばれている。レール上に、質量が m で電気抵抗の無視できる導体棒 L が置かれており、常にレールと垂直を保ち滑らかに動くことができる。レールと導体棒の間に摩擦はなく、また回路や機器からの電磁波の放射や、回路のインダクタンスは考えなくてよい。以下の問いに答えよ。

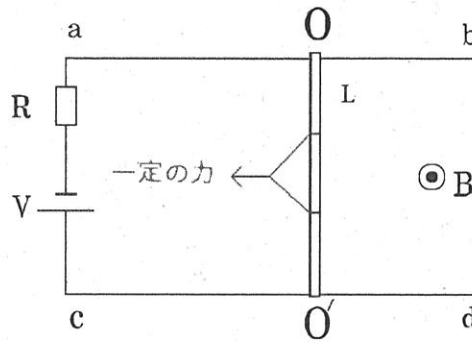


図1

はじめ、電池の電圧は V_0 であり、導体棒 L には、外部から常に、大きさが一定の力 F が図の左向きに加えられていた。このとき導体棒は OO' に静止していた。

問1. 導体棒 L に外部から加えられている力の大きさ F を、 B 、 V_0 、 R 、 m 、 l の中から必要なものを用いて表せ。

電池の電圧を V_0 から V_1 に変更した ($V_1 > V_0$)。導体棒 L は動き出し、やがて一定の速さ v_1 で等速運動をするようになった。このとき、抵抗を流れる電流は I_1 であった。以下の問いに答えよ。

問2. v_1 、 I_1 を、それぞれ B 、 V_1 、 V_0 、 R 、 m 、 l の中から必要なものを用いて表せ。

問3. 単位時間あたりに電池がする仕事 U_V 、単位時間あたりに抵抗で発生するジュール熱 U_R 、外部から導体棒 L に働く力 F がする仕事 U_L を、それぞれ B 、 V_1 、 V_0 、 R 、 m 、 l の中から必要なものを用いて表せ。

導体棒Lが一定の速さ v_1 で等速運動しているときに、一様な磁場の向きは変えずに磁束密度の大きさを B から B' へとわずかに増加させた。微小な正の数 ε を用いて、 $B' = B(1 + \varepsilon)$ と表す。するとしばらくして、導体棒Lは一定の速さ $v_1 + \Delta v$ で運動するようになった。ただし、 Δv は、速さの微小な変化を表す。

問4. Δv が正の量か、負の量かを調べよ。必要があれば、近似式

$$\frac{1}{1 + \varepsilon} \approx 1 - \varepsilon, \quad \frac{1}{(1 + \varepsilon)^2} \approx 1 - 2\varepsilon,$$

を用いてよい。

次に、導体棒Lに加えていた力 F を取り除き、磁束密度の大きさを B にもどした。図2に示すように、レールの端点aとcの間に、抵抗値が R の抵抗と、起電力が V で内部抵抗の無視できる電池、容量が C のコンデンサー、2つのスイッチ S_1 と S_2 からなる回路を含む場合を考える。はじめに、導体棒Lは OO' の位置に動かないように固定し、スイッチ S_1 を閉じて S_2 を開き、コンデンサーを電圧 V で充電した。次に、スイッチ S_1 を開き、スイッチ S_2 を閉じると同時に、導体棒Lを固定していた力を取り除くと、導体棒Lは動き始めた。その後の時刻 t における導体棒Lの速さを v 、コンデンサーの電気量を Q 、抵抗を流れる電流を I 、導体棒Lに生じる誘導起電力の大きさを E とする。このとき、以下の問いに答えよ。

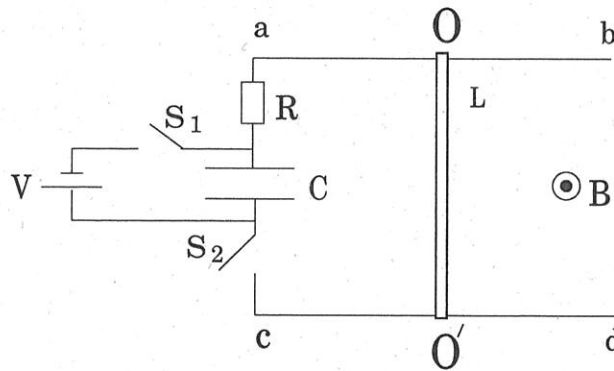


図2

問5. I 、 E を、 v 、 Q 、 B 、 V 、 R 、 C 、 l 、 m の中から、必要なものを用いて表せ。

一般に、物体の受けた力積の総和は、物体の運動量の変化に等しい。ある時刻 t における導体棒 L の運動量を p と表す。その時刻から微小な時間 Δt だけ経過する間の、導体棒 L の運動量変化を Δp と表すと、時刻 $t + \Delta t$ における導体棒 L の運動量は $p + \Delta p$ となる。一方、コンデンサーの電気量は、時刻 t における電気量 Q から、微小な時間 Δt の間に $Q + \Delta Q$ へと変化する。このとき、運動量の微小な変化 Δp と電気量の微小な変化 ΔQ の間には、比例定数を K とする比例関係

$$\Delta p = K \Delta Q \quad (1)$$

が成り立つ。このとき、以下の問いに答えよ。

問 6. Δp 、 ΔQ が微小な量であるとき (1) 式の関係が成り立つ理由を説明し、比例定数 K を B 、 V 、 R 、 C 、 l 、 m の中から必要なものを用いて表せ。

スイッチ S_1 を開きスイッチ S_2 を閉じてから十分に時間が経過し、導体棒 L が一定の速さで動くようになった。このときの、導体棒 L の速さを v' 、コンデンサーの電気量を Q' とする。以下の問いに答えよ。

問 7. (1) 式の関係が、 Δp 、 ΔQ が微小量ではなく有限の量である場合にも成り立つことを用いて、導体棒 L の運動量を、 Q' 、 B 、 V 、 R 、 C 、 l 、 m の中から必要なものを用いて表せ。

問 8. 抵抗を流れる電流の大きさを求めよ。

問 9. v' 、 Q' を、それぞれ B 、 V 、 R 、 C 、 l 、 m の中から必要なものを用いて表せ。

問題 III

図1に示すように、ピストン W と仕切り板 D によって内部の領域を分けられたシリンダーがある。シリンダーは固定されており、ピストン W と仕切り板 D は摩擦なしに動くことができる。ピストン W と仕切り板 D の間を領域 A とし、仕切り板 D とシリンダー右端の間を領域 B とする。領域 B の気体は、シリンダーの右端に取り付けられた温度調整器 C により加熱または冷却される。シリンダー内部には、ストッパー S が付いており、仕切り板 D がストッパー S より右側に行くことはない。シリンダー、ピストン W、仕切り板 D は全て断熱材でできている。仕切り板 D がストッパー S の位置にある時の領域 B の体積は V_0 である。ピストン W の左側は常に大気圧 P_0 である。

領域 A と領域 B には異なる理想気体が密閉されている。定積モル比熱を C_V 、定圧モル比熱を C_P とすると、比熱比 γ は $\frac{C_P}{C_V}$ で与えられるが、領域 A と領域 B に密

閉されている気体の定積モル比熱 C_V は、それぞれ $\frac{3}{2}R$ と $\frac{5}{2}R$ 、 γ の値は、それぞれ $\frac{5}{3}$ と $\frac{7}{5}$ である。ここで、 R は気体定数である。

はじめ、領域 A の圧力、体積、温度は、 P_0 、 $2V_0$ 、 T_0 であり、領域 B の圧力、体積、温度は、 P_0 、 $\frac{3}{2}V_0$ 、 $\frac{3}{2}T_0$ であった。これを「状態 1」とする。

以下の問いに答えよ。

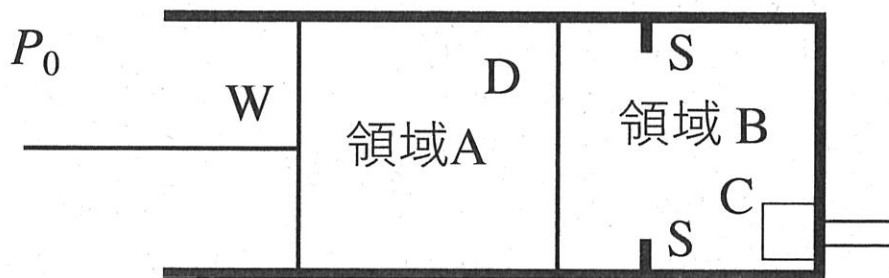


図 1

問 1. 領域 A と領域 B の気体のモル数を、 P_0 、 V_0 、 T_0 、 R を使って示せ。

領域 B を温度調整器 C により加熱し、温度を $\frac{3}{2}T_0$ から $2T_0$ まで上昇させた。領域

Bの温度が $2T_0$ になった状態を「状態2」とする。

問2. 「状態2」での領域Bの体積を、 V_0 を使って示せ。

問3. 「状態1」から「状態2」の過程で、領域Bの気体が温度調整器Cから吸収した熱量を、 P_0 と V_0 を使って示せ。

次に、領域Bの温度を $2T_0$ に保ちながら、ピストンWに力を加え、ゆっくりと右に押し込んでいった。仕切り板DがストッパーSに接触した時に、ピストンWを押し込む操作を中断し、そのままの状態を保持した。この状態を「状態3」

とする。以下の問題では、理想気体の断熱変化では、 $(\text{圧力}) \times (\text{体積})^\gamma$ は一定であることを使って良い。

問4. 「状態3」での領域Bの圧力を、 P_0 を使って示せ。

問5. 「状態3」での領域Aの体積を、 V_0 を使って示せ。

問6. 「状態3」での領域Aの温度を、 T_0 を使って示せ。

さらにピストンWを押し込んでいくと、領域Aの気体の体積が V_0 となった。この時点でピストンWを押し込む操作を中止し、そのままの状態を保持した。この状態を「状態4」とする。

問7. 「状態4」での領域Aの気体の圧力を、 P_0 を使って示せ。

次に、温度調整器Cで領域Bの気体を加熱した。仕切り板DがストッパーSから離れかけた瞬間に温度調整器Cの電源を切り、領域Bを断熱環境とした。その後、領域Aの圧力が大気圧 P_0 に等しくなるまで、ピストンWに加えていた力を弱め、ゆっくりと左方に移動させた。加える力がゼロになり、ピストンWが静止した状態を「状態5」とする。

問8. 「状態5」での領域Bの体積を、 V_0 を使って示せ。

問9. 「状態4」から「状態5」の過程で、領域Aの気体がした仕事と領域Bの気体がした仕事のどちらが大きいかを理由をつけて説明せよ。