

令和3年度

理工学群物理学類
個別学力検査〔後期日程〕

小論文
試験問題

注意事項

- ①問題Ⅰから問題Ⅱのすべてに解答すること。
- ②解答用紙は各問題に対して1枚使用し、それぞれの解答用紙の横長の箱内に「問題Ⅰ」のように問題番号を明記し、小問に分かれている場合は解答用紙に「問1」のように小問番号を記入した上で、小問ごとに解答すること。
- ③試験時間は120分です。

問題I

図1左に示すように、水平に対して角度 45° 傾いたレールと、中心が O で半径が r の円弧を組み合わせてできる形のレールがある。このレールの上に、長さ L で質量が m の線状で一様な物体を置いたときの運動を考える。レールと物体の間の摩擦力および物体の太さは無視でき、物体は伸び縮みせずなめらかに変形し、たむることなくレールの上を運動するとする。また、重力加速度を g とする。

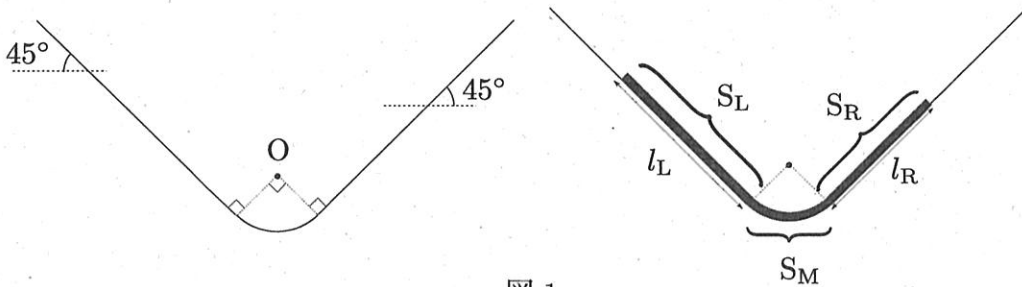


図 1:

ある時刻における物体の配位を図1右に示す。物体の左の長さ l_L の直線部分を S_L 、右の長さ l_R の直線部分を S_R 、円弧に沿った部分を S_M とよぶことにする。 S_L には、 S_M から、 S_L に平行な方向に押す力がはたらいており、その大きさを T_L とおく。 S_R には、 S_M から、 S_R に平行な方向に押す力がはたらいており、その大きさを T_R とおく。

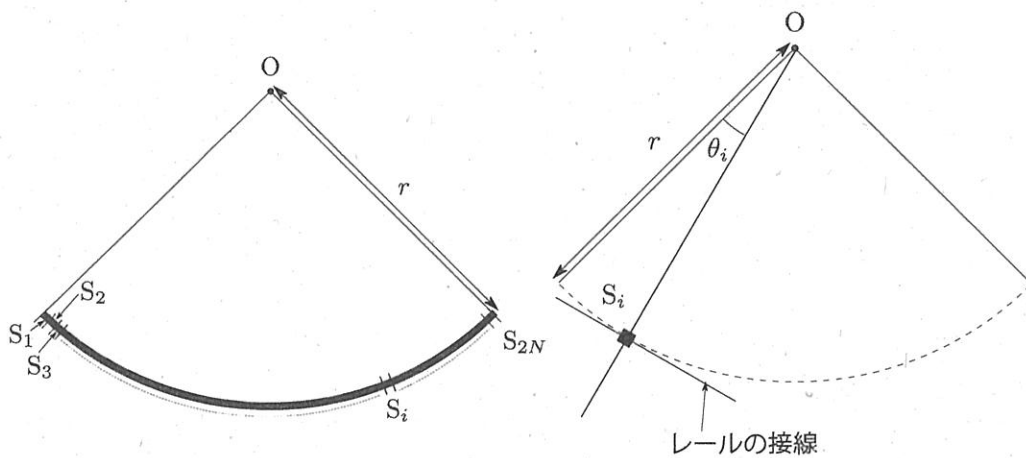


図 2:

S_M を図2左のように $2N$ 個の等しい長さの区分に分割し、それぞれの区分を左から S_1, \dots, S_{2N} とよぶことにする。整数 N は十分大きく取り、各区分は質点とみ

なしてよいとする。図2右に示すように、 S_M の左端と O を結ぶ直線と、 S_i の重心と O を結ぶ直線とのなす角度の大きさを θ_i とおく。 $i = 1, \dots, 2N - 1$ のとき、 S_i が S_{i+1} に押される力の大きさを T_i とおき、 $T_0 = T_L, T_{2N} = T_R$ と定義する。 N が十分大きいので、 S_i が左隣の S_{i-1} と右隣の S_{i+1} に押される力の、レールの接線方向の成分の大きさはそれぞれ T_{i-1}, T_i に等しいと近似してよい。

(A) 物体をレールの上に置き、左端をレールに平行な力 F で引っ張ったところ、物体は静止した。このときの物体の配置・はたらく力が上に定義されたものであるとして、以下の問に答えよ。ただし、 $l_L > l_R > 0$ とする。

問1 S_L および S_R にはたらく力のつりあいを考えることにより、 T_L および T_R を m, L, g, F, l_L, l_R のうち必要なものを用いて表せ。

問2 S_i にはたらくレールの接線方向の力のつりあいを考えることにより、 $i = 1, \dots, 2N$ について $T_i - T_{i-1}$ を求め、 m, L, r, g, N, θ_i のうち必要なものを用いて表せ。

問3 定義から

$$T_R - T_L = \sum_{i=1}^{2N} (T_i - T_{i-1})$$

となる。この場合、右辺の和は0となることがわかる。この事実を用いて F を求め、 m, L, g, r, l_L, l_R のうち必要なものを用いて表せ。

(B) (A)の状態から物体の左端を静かにはなしたところ、物体はレールの上で振動した。物体の右端の加速度が a のときの物体の配置・はたらく力が上で定義されたものであるとして、以下の問に答えよ。ただし、加速度はレールに平行に右の方向を正の向きとしている。

問4 S_L および S_R の運動方程式を考えることにより、 T_L および T_R を a, m, L, g, l_L, l_R のうち必要なものを用いて表せ。

問5 S_i の運動方程式を考えることにより、 $T_i - T_{i-1}$ を $a, m, L, r, g, N, \theta_i$ のうち必要なものを用いて表せ。

問6 この場合も定義から

$$T_R - T_L = \sum_{i=1}^{2N} (T_i - T_{i-1})$$

である。問5の結果を用いて右辺を計算し、 $T_R - T_L$ を a, m, L, r, g のうち必要なものを用いて表せ。

問7 問4および問6の結果を用いて a を求め、 m, L, r, g, l_R のうち必要なものを用いて表せ。

問8 問7の結果は、単振動の式になっていることがわかる。振動の周期を求め、 m, L, r, g のうち必要なものを用いて表せ。

問題 II

(A) 電気容量 C [F] , C [F] , $2C$ [F] のコンデンサー C_1 , C_2 , C_3 , スイッチ S_1 , S_2 , 電圧 E [V] , $2E$ [V] の直流電源, および抵抗値 R_1 [Ω] , R_2 [Ω] の抵抗が図 1 のように接続されている。最初, S_1 , S_2 が開かれ, すべてのコンデンサーの電気量が 0 であるとし, このときを初期状態とよぶ。G 点の電位は 0 とし, 直流電源の内部抵抗は無視できるものとする。このとき, 以下の問いに答えよ。解答には単位を付けて答えよ。

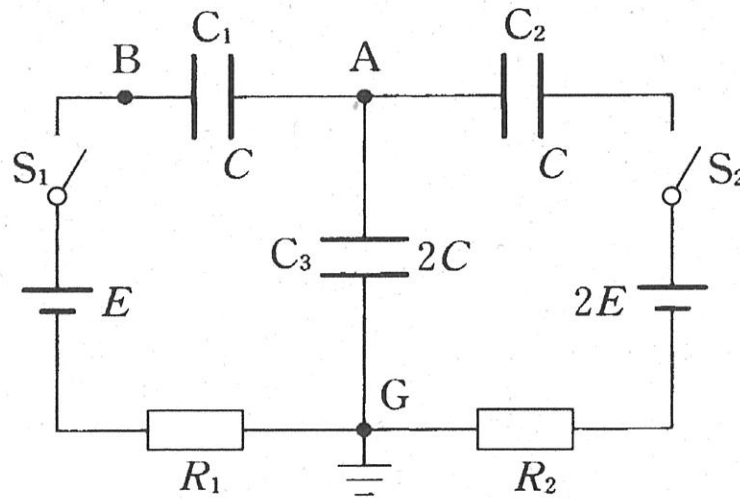


図 1

まず, 初期状態から, スイッチ S_1 を閉じる。

問 1. スイッチ S_1 を閉じた直後, スイッチ S_1 を流れる電流を求めよ。

問 2. 十分に時間がたったとき, A 点の電位を求めよ。

続いてスイッチ S_1 を開き, スイッチ S_2 を閉じた後, 十分に時間が経過した。

問 3. A 点の電位を求めよ。また, B 点の電位を求めよ。

問 4. スイッチ S_2 を閉じた後, スイッチ S_2 を通過した電気量の大きさを求めよ。

問 5. スイッチ S_2 を閉じた後, 抵抗 R_2 で発生したジュール熱を求めよ。

次に回路を初期状態にもどしてから、スイッチ S_1 およびスイッチ S_2 を同時に閉じた。

問 6. 十分に時間がたったとき、A 点の電位を求めよ。

(B) 電圧 E [V] の直流電源、電気容量 C [F] のコンデンサー C_1 , C_2 , スイッチ S_1 , S_2 を用いて図 2 の回路を考える。この回路では、スイッチ S_1 , S_2 はいつも連動して動き、左側の接点と接続 (S_1 が l_1 , S_2 が l_2 と同時に接続) するか、右側の接点と接続 (S_1 が r_1 , S_2 が r_2 と同時に接続) するか、または左右どちらの接点にも接続しないかのいずれかであるとする。この回路を用いて、直流電源の電圧 E よりも大きな直流電圧を得る方法を考える。そのために、以下の問いで述べられている操作を順番に行う。AB 間にあらわれる電圧を V_{AB} とする。はじめに、 S_1 , S_2 は左右どちらの接点にも接続していないとし、またそのとき、 C_1 , C_2 はいずれも帯電していないとする。以下の問いに答えよ。

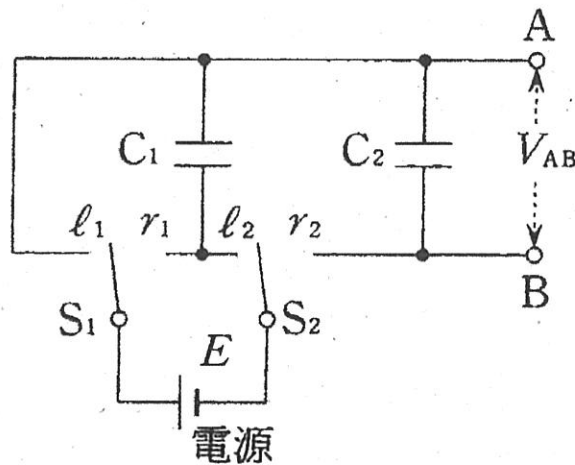


図 2

問 7. 連動スイッチ S_1 , S_2 をいったん左側接点に接続してから、右側接点に接続する。このとき、 V_{AB} を求めよ。

問 8. 問 7 の操作を行った後、連動スイッチ S_1 , S_2 をいったん左側接点に接続してから、右側接点に接続する。このとき、 V_{AB} を求めよ。

- 問 9. 問 8 の操作を行った後，連動スイッチ S_1 , S_2 をいったん左側接点に接続してから，右側接点に接続する。このとき， V_{AB} を求めよ。
- 問 10. この後，「連動スイッチ S_1 , S_2 をいったん左側接点に接続してから，右側接点に接続する。」の操作をさらに多数回繰り返したとき， V_{AB} はどのような値に近づくか。