令和6年度

試験名：学群編入学試験【情報学群　情報科学類・情報メディア創成学類】

<table>
<tr><th>区　分</th><th>標準的な解答例又は出題意図</th></tr>
<tr><td>問題1
（数学1）</td><td>
出題意図
逆関数の導関数とマクローリン展開に関する知識と理解を問う．

解答例
(1) 第1次導関数，第2次導関数を求め，第3次導関数を求める．
$y=\tan^{-1}x$とする．
$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{\frac{dx}{dy}}=\cos^2 y=\frac{1}{1+\tan^2 y}=\frac{1}{1+x^2}.$$
$$\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{2x}{(1+x^2)^2}.$$
$$\frac{d^3y}{dx^3}=\frac{2(3x^2-1)}{(1+x^2)^3}.$$

(2) $\tan^{-1}x$を3次の項までマクローリン展開すると
$$\tan^{-1}x=x-\frac{x^3}{3}+R_4.$$
R_4は4次の剰余項で，関数$f(x)$の第4次導関数を用いて以下のように表される．
$$R_4=\frac{f^{(4)}(\theta x)}{4!}x^4,\qquad 0<\theta<1.$$
関数は$\tan^{-1}x$であるから
$$f^{(4)}(x)=\frac{d^4y}{dx^4}=\frac{24x(1-x^2)}{(1+x^2)^4}.$$
R_4は以下のように表される．
$$R_4=\frac{\theta x(1-(\theta x)^2)}{(1+(\theta x)^2)^4}x^4.$$
ここで$x=\frac{1}{2}$の場合を考えると
$$\tan^{-1}\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3+\frac{\theta}{2}\frac{\left(1-\left(\frac{\theta}{2}\right)^2\right)}{\left(1+\left(\frac{\theta}{2}\right)^2\right)^4}\left(\frac{1}{2}\right)^4$$
$$=\frac{11}{24}+\frac{\theta}{32}\frac{(1-\left(\frac{\theta}{2}\right)^2)}{\left(1+\left(\frac{\theta}{2}\right)^2\right)^4}.$$
$1-\left(\frac{\theta}{2}\right)^2<1$かつ$1+\left(\frac{\theta}{2}\right)^2>1$であることから
$$\tan^{-1}\frac{1}{2}<\frac{11}{24}+\frac{\theta}{32}.$$
したがって$\tan^{-1}\frac{1}{2}$ の近似値として$\frac{11}{24}$を用いた場合，その誤差は$\frac{1}{32}$を超えない．
</td></tr>
</table>

令和6年度

試験名：学群編入学試験 【情報学群　　情報科学類・情報メディア創成学類】

区　　分	標準的な解答例又は出題意図
問題2 （数学2）	出題意図（下記）

出題意図

ベクトル空間の知識と理解を問う

略解

(1) 行列 $\begin{pmatrix} \boldsymbol{a}^T \\ \boldsymbol{b}^T \\ \boldsymbol{c}^T \end{pmatrix}$ の階数が 3 であればよい．

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{a}^T \\ \boldsymbol{b}^T \\ \boldsymbol{c}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \\ 5t & t+4 & 2t+3 & -t+6 \end{pmatrix}$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & -10 & -5 & -15 \\ 0 & -14t+4 & -8t+3 & -21t+6 \end{pmatrix}$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -t+1 & 0 \end{pmatrix}$$

これより $-t+1 \neq 0$ のとき階数が 3 となる．したがって，$\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ が線形独立となるための条件は $t \neq 1$ である．

(2)

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5t \\ t+4 \\ 2t+3 \\ -t+6 \end{pmatrix} = -t+6 = 0$$

よって，$t=6$．このとき $\boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} 30 \\ 10 \\ 15 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(3)

$$\left(\begin{array}{c|c} & 0 \\ \boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b}\ \boldsymbol{c}\ \boldsymbol{d} & 0 \\ & 0 \\ & 0 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 5t & 30 & 0 \\ 3 & 2 & t+4 & 10 & 0 \\ 2 & 3 & 2t+3 & 15 & 0 \\ 4 & 1 & -t+6 & 0 & 0 \end{array}\right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 5t & 30 & 0 \\ 0 & -10 & -14t+4 & -80 & 0 \\ 0 & -5 & -8t+3 & -45 & 0 \\ 0 & -15 & -21t+6 & -120 & 0 \end{array}\right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 5t & 30 & 0 \\ 0 & -10 & -14t+4 & -80 & 0 \\ 0 & 0 & -t+1 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

第３列と第４列を入れ替える（解の第３成分と第４成分を入れ替える）

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 30 & 5t & 0 \\ 0 & -10 & -80 & -14t+4 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & -t+1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 30 & 5t & 0 \\ 0 & 1 & 8 & \frac{7t-2}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{t-1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -2 & \frac{-3t+8}{5} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-t+6}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{t-1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{-t+6}{5} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-t+6}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{t-1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

このとき，この方程式の解は
$$c \begin{pmatrix} \frac{t-6}{5} \\ \frac{t-6}{5} \\ \frac{-t+1}{5} \\ 1 \end{pmatrix}$$
となるが，第３成分と第４成分を入れ替えて以下が元の方程式の解となる
$$\boldsymbol{x} = c \begin{pmatrix} \frac{t-6}{5} \\ \frac{t-6}{5} \\ 1 \\ \frac{-t+1}{5} \end{pmatrix}$$
ただし c は任意定数.

(3) (別解)

$$\left(\begin{array}{c|c} & 0 \\ \boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b}\ \boldsymbol{c}\ \boldsymbol{d} & 0 \\ & 0 \\ & 0 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 5t & 30 & 0 \\ 3 & 2 & t+4 & 10 & 0 \\ 2 & 3 & 2t+3 & 15 & 0 \\ 4 & 1 & -t+6 & 0 & 0 \end{array}\right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 5t & 30 & 0 \\ 0 & -10 & -14t+4 & -80 & 0 \\ 0 & -5 & -8t+3 & -45 & 0 \\ 0 & -15 & -21t+6 & -120 & 0 \end{array}\right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 5t & 30 & 0 \\ 0 & -10 & -14t+4 & -80 & 0 \\ 0 & 0 & -t+1 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

1. $t=1$ のとき

$$
\left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b}\ \boldsymbol{c}\ \boldsymbol{d} & \begin{matrix}0\\0\\0\\0\end{matrix}\end{array}\right)
\sim
\left(\begin{array}{cccc|c}
1 & 4 & 5 & 30 & 0\\
0 & -10 & -10 & -80 & 0\\
0 & 0 & 0 & -5 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
$$

$$
\sim
\left(\begin{array}{cccc|c}
1 & 4 & 5 & 30 & 0\\
0 & 1 & 1 & 8 & 0\\
0 & 0 & 0 & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
$$

$$
\sim
\left(\begin{array}{cccc|c}
1 & 0 & 1 & 0 & 0\\
0 & 1 & 1 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
$$

したがって

$$
\boldsymbol{x} = c\begin{pmatrix} -1\\ -1\\ 1\\ 0\end{pmatrix}
$$

ただし c は任意定数.

2. $t \neq 1$ のとき

$$
\left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b}\ \boldsymbol{c}\ \boldsymbol{d} & \begin{matrix}0\\0\\0\\0\end{matrix}\end{array}\right)
\sim
\left(\begin{array}{cccc|c}
1 & 4 & 5t & 30 & 0\\
0 & -10 & -14t+4 & -80 & 0\\
0 & 0 & -t+1 & -5 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
$$

$$
\sim
\left(\begin{array}{cccc|c}
1 & 4 & 5t & 30 & 0\\
0 & 1 & \frac{7t-2}{5} & 8 & 0\\
0 & 0 & -t+1 & -5 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
$$

$$
\sim
\left(\begin{array}{cccc|c}
1 & 0 & \frac{-3t+8}{5} & -2 & 0\\
0 & 1 & \frac{7t-2}{5} & 8 & 0\\
0 & 0 & -t+1 & -5 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
$$

$$
\sim
\left(\begin{array}{cccc|c}
1 & 0 & \frac{-3t+8}{5} & -2 & 0\\
0 & 1 & \frac{7t-2}{5} & 8 & 0\\
0 & 0 & 1 & \frac{-5}{-t+1} & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
$$

$$
\sim
\left(\begin{array}{cccc|c}
1 & 0 & 0 & \frac{-t+6}{-t+1} & 0\\
0 & 1 & 0 & \frac{-t+6}{-t+1} & 0\\
0 & 0 & 1 & \frac{-5}{-t+1} & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
$$

したがって

$$
\boldsymbol{x} = c\begin{pmatrix} \frac{t-6}{-t+1}\\ \frac{t-6}{-t+1}\\ \frac{5}{-t+1}\\ 1\end{pmatrix}
$$

ただし c は任意定数.

令和6年度

試験名：学群編入学試験【情報学群　情報科学類・情報メディア創成学類】

区　分	標準的な解答例又は出題意図
問題3 （情報基礎1）	出題意図 フィボナッチ数列を題材として、再帰計算、メモ化、べき乗計算の高速化の方法と、それらの計算量についての知識と理解度を問う。 解答例 (1) f(n-1) + f(n-2) (または f(n-2) + f(n-1)) (2) a[i] = a[i-1] + a[i-2] (または a[i] = a[i-2] + a[i-1]) (3) $O(n)$: 第 n 項までの配列の各要素が高々定数回参照 (書き込み 1 回、加算時に最大 2 回参照) されるため。 (4) (c) Y, X, Y (または X, Y, Y)　(d) X, X, X (5) $O(\log n)$: 関数 h の時間計算量は A^n の時間計算量で抑えられ、A^n は $O(\log n)$ 回の行列の乗算で計算できるため。

令和6年度

試験名：学群編入学試験 【情報学群　情報科学類・情報メディア創成学類】

区　分	標準的な解答例又は出題意図
問題4 （情報基礎2）	出題意図： グラフ探索問題を題材に，データ構造とアルゴリズムに関する知識と理解度を問う． (1) (ア) v (イ) g[u] (ウ) newElement (エ) u (オ) g[v] (カ)newElement (2) グラフを表現するために，隣接行列では頂点数の二乗のオーダーのメモリ量が必要であるのに対して，隣接リストでは，辺数のオーダーのメモリ量ですむ．疎なグラフを表現する場合に，隣接リストの方が隣接行列よりもメモリ効率が良いという利点がある．(115 文字) (3) (キ) dequeue() (ク) dist[currentVertex]+1 (ケ) enqueue(adjVertex) (4) ------- 0 0 4 1 2 1 1 1 6 2 5 2 3 2 7 3 ------- (5) 各頂点および各辺はたかだか 1 回ずつ探索されるため，漸近計算量は O(N+M)である．