令和６年度応用理工学類編入学試験
学力検査問題

令和５年７月８日(土)　１０：００～１２：３０

注意事項

1) この冊子には, 数学1, 数学2, 物理学1, 物理学2, 化学1, 化学2の計6題の問題がある。「物理学1, 物理学2, 化学1, 化学2」の中から2題を選択し, 数学1, 数学2と合わせて計4題を解答すること。下記の表も参照すること。

問題	解答用紙の種類	解答用紙の枚数	備考
数学1	罫線あり	1枚	必須
数学2	罫線あり	1枚	
物理学1	罫線あり	1枚	この中から2題選択
物理学2	罫線あり	1枚	
化学1	罫線あり	1枚	
化学2	罫線あり	1枚	

2) 解答用紙の所定欄に学群, 学類, 氏名, 及び受験番号を記入すること。

3) すべての解答用紙の氏名欄の下の1行の欄に解答する問題名, すなわち, 「数学1」, 「数学2」, 「物理学1」, 「物理学2」, 「化学1」, 「化学2」のいずれかを明記すること。必要なら, 解答用紙の裏も解答に用いてよい。

4) 机の上には「受験票」, 「鉛筆」, 「消しゴム」, 「鉛筆削り」, 「時計(計時機能だけのもの)」, 「眼鏡」以外のものを置かないこと。

数学１　試験問題

１．$ax^2 - bxy^3 + y^6 = 1$で与えられるxy平面上の曲線Cが点$(1,1)$を通るとする(a, bは定数)。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) a, bが満たすべき条件を求めよ。

(2) aが$3 \leq a \leq 4$の範囲を動くとき，点$(1,1)$において曲線Cの接線の傾き$\dfrac{dy}{dx}$がとりうる値の範囲を求めよ。

２．以下の問いに答えよ。

(1) 2 変数関数$f(x,y) = e^{x+y}$のマクローリン展開を 2 次の項まで求めよ。

(2) 2 変数関数$f(x,y) = e^{x+y}\sin x$のマクローリン展開を 3 次の項まで求めよ。

３．半径 2 の球があり，球の中心から距離rの位置の密度（単位体積あたりの質量）は$9 - 4r$で与えられる ($0 \leq r \leq 2$)。この球を水平な机の上に置き，机面から高さ 3 の水平な面で切断して上部を切り出した。切り出した部分の質量をMとする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) Mは球の中心を原点とする 3 次元極座標で

$$M = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{[\quad a \quad]} \sin\theta \; d\theta \int_{[\quad b \quad]}^{2} [\qquad c \qquad]\; dr$$

と表される。[a], [b], [c] に入る数または数式を求めよ。

(2) Mの値を求めよ。

数学 2　試験問題

対称行列 $A = \begin{pmatrix} -5 & -3 & 3 & 3 \\ -3 & -3 & -5 & 1 \\ 3 & -5 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ は 2 つの固有値λ_1, λ_2を持ち，$\lambda_1 < \lambda_2$とすれば $\lambda_1 = -8$ である。このAについて以下の問いに答えよ。

(1)　$\lambda_1 = -8$ に対する方程式$A\boldsymbol{x} = \lambda_1 \boldsymbol{x}$の一般解を，一次独立なベクトル$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$とパラメータ$s, t$を用いて$\boldsymbol{x} = s\boldsymbol{a} + t\boldsymbol{b}$の形で表せ。

(2)　(1)で求めた一般解を，正規直交系をなすベクトル$\boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}$とパラメータ$u, v$を用いて$\boldsymbol{x} = u\boldsymbol{c} + v\boldsymbol{d}$の形で表せ。

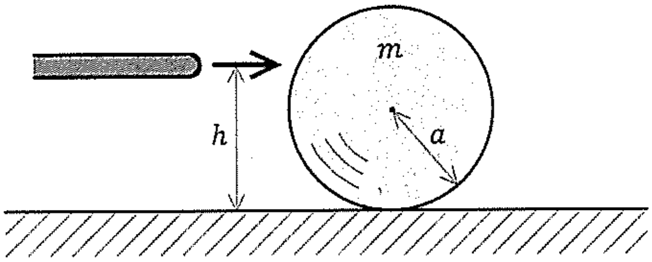
(3)　$\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ を$\boldsymbol{x}_0 = \boldsymbol{x}_0' + \boldsymbol{x}_0''$の形に分解せよ。ただし$\boldsymbol{x}_0'$は(2)で求めた$\boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}$を用いて$\boldsymbol{x}_0' = u\boldsymbol{c} + v\boldsymbol{d}$の形に表せるベクトル，$\boldsymbol{x}_0''$は$\boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}$に直交するベクトルである。

(4)　(3)で求めた$\boldsymbol{x}_0''$がAの固有ベクトルとなることを示せ。

(5)　自然数nに対して$A^n \boldsymbol{x}_0$を求めよ。

物理学１　試験問題

1．図に示すように，あらい水平面上においた，半径 a ，質量 m の密度が一様な球に，中心を含む鉛直面内で，水平面から高さ h（ただし，$0<h<2a$）の位置に水平に撃力を加えると，球が運動をはじめた。このときの球の運動に関して，以下の問いに答えよ。ただし，水平面と球の間のすべりの摩擦係数を μ ，重力加速度を g とする。また，撃力が作用している間は摩擦力の力積は無視できるものとする。



(1) 球の運動に関する以下の記述の［①］～［⑨］にあてはまる数式を答えよ。

撃力が作用した時刻 t_1 から t_2 の間の力の大きさを $F(t)$ とすると，力積は［①］で表せる。力積を［①］$= J$ と置くと，球の重心は速度 $v_0 =$［②］で動き出す。

球の重心に対する力のモーメントの大きさは，撃力によるモーメントの大きさを［③］，摩擦力によるモーメントの大きさを［④］と表せるので，球の慣性モーメントを I ，球の回転の角速度を ω とすると，以下の式が成り立つ。

［⑤］＝［③］－［④］

撃力の作用した時間がきわめて短く，摩擦力の力積は無視できるものとし，上式を時刻 t_1 から t_2 で積分すると，球は角速度 $\omega_0 =$［⑥］で回転し出すことがわかる。

球の慣性モーメントは，$I =$［⑦］であるので，球の回転による，球の表面の速さ $a\omega_0$ は，以下の式で表せる。

$$a\omega_0 = \text{［⑧］}$$

したがって，球が水平面に対してすべる速さは，以下の式で与えられる。

$$v_0 - a\omega_0 = \text{［⑨］} \qquad \cdots \text{(A)}$$

（次ページに続く）

(2) (1) の(A)式にもとづき，撃力を受けた直後からの球の運動を，撃力の作用する高さ h により 3 つに場合分けして，定性的に記述せよ。ただし，転がりの抵抗力はすべりの摩擦力より十分小さいものとする。

物理学 2　試験問題

図1のように，真空中に置かれた幅Wの無限に長い導体平板を考える。厚さは無視できるほど薄いものとする。導体平板内を長さ方向に定常電流が流れている。電流密度（単位幅当たりの電流）は一様とみなせ，その値を$j(>0)$とする。図1のように，板の中心軸をx軸に取り，電流と同じ向きを正の向きとする。平板と平行にy軸，そして平板に垂直にz軸を取る。ただし，$y' < y < y' + \Delta y$の範囲を流れる直線電流が点$Q(0,0,h)$に作る磁束密度を$\Delta\boldsymbol{B}$とする。ただし，Δy は十分小さいとする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) 磁束密度$\Delta\boldsymbol{B}$のx成分を求めよ。

(2) 磁束密度$\Delta\boldsymbol{B}$の大きさを，アンペールの法則$\oint_C \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 \int_S \boldsymbol{i}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{S}$を用いて求めよ。アンペールの法則の積分における経路Cと面Sを，図を用いて説明すること。ここで，$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$は位置$\boldsymbol{r}$における磁束密度，$\mu_0$は真空の透磁率，$\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r})$は位置$\boldsymbol{r}$における電流密度である。

(3) 磁束密度$\Delta\boldsymbol{B}$の向きの単位ベクトルを求めよ。

(4) 導体平板を流れる電流全体が点Qに作る磁束密度$\boldsymbol{B}$はy軸の方向を向く。この理由を，図を使って説明せよ。

(5) 導体平板を流れる電流全体が点Qに作る磁束密度$\boldsymbol{B}$の大きさを求めよ。

次に，導体平板の幅が無限に広い場合を考える。上と同様に，電流密度jの一様な定常電流がx軸の正の向きに流れている。一辺の長さがaの正方形の回路ABCDを，その面が導体平板と平行になるように$z>0$の領域に置く。回路の辺ABと辺CDがx軸と平行である。図2に示した向きに定常電流Iを流す。回路は変形しないものとする。また，回路を流れる電流がつくる磁場は無視できるとする。

(6) 導体平板を流れる電流がつくる磁束密度$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$は，$0<z$と$z<0$のそれぞれの領域で一定となる。$0<z$と$z<0$のそれぞれについて，$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$をベクトルの成分表示で答えよ。

（次ページに続く）

(7) 正方形の回路の各辺AB, BC, CD, DAが受ける力$\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}}, \boldsymbol{F}_{\mathrm{BC}}, \boldsymbol{F}_{\mathrm{CD}}, \boldsymbol{F}_{\mathrm{DA}}$をベクトルの成分表示で答えよ。必要であれば，磁束密度$\boldsymbol{B}$の磁場中にある電流素片$I\Delta\boldsymbol{s}$は，$\Delta\boldsymbol{F} = I\Delta\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{B}$の力を受けることを用いてよい。

(8) 回路全体が受ける力$\boldsymbol{F}$および偶力のモーメント$\boldsymbol{N}$を求め，ベクトルの成分表示で答えよ。

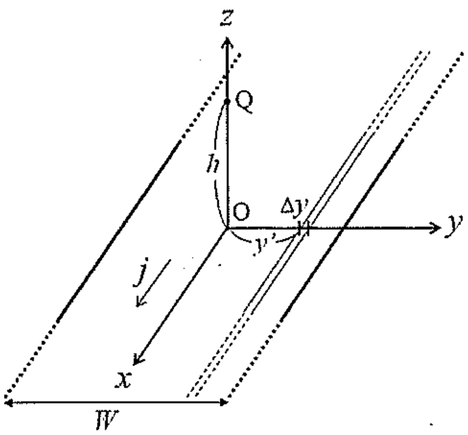


図１

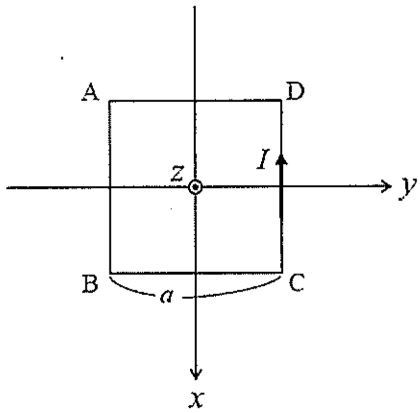


図２

化学1 試験問題

1．原子・分子の性質に関して，次の(1)〜(3)に答えよ。

(1) イオン化エネルギーとは何か，説明せよ。

(2) 酸素分子O_2の基底状態において，スピン状態が三重項になる理由を，O_2の分子軌道および電子配置の観点から説明せよ。

(3) ホウ素とハロゲン原子の化合物であるBF_3とBCl_3のルイス酸性は，BCl_3の方が強く，ハロゲン原子の電気陰性度の大きさから予測される順番とは逆になる。この理由を，ホウ素の求電子性の観点から説明せよ。

2．N_2O_5に関して次の(1), (2)に答えよ。

(1) 固体状態のN_2O_5は，NO_2^+イオンとNO_3^-イオンによるイオン結晶として存在する。これら2種類のイオンの構造として最も適切なものを，以下の選択肢から選んでそれぞれ記号で答えよ。

(a) 平面形　(b) 正四面体形　(c) 直線形　(d) 折れ線形

(2) 気体状態のN_2O_5は次の反応にしたがって分解する。次の（i），（ii）に答えよ。ただし，体積と温度は一定とする。

$$2N_2O_5(g) \longrightarrow 4NO_2(g) + O_2(g)$$

(i) N_2O_5の初期物質量をmとし，割合aだけ分解が進んだ時のN_2O_5，NO_2，O_2の物質量をaとmで答えよ。

(ii) N_2O_5が割合aだけ分解が進んだ時の全圧pをaとp_0で答えよ。ただし$a = 0$の時の圧力をp_0とする。

（次ページに続く）

3. 反応速度について，次の(1)～(5)に答えよ。

(1) 分子Aから分子Bが生じる反応は，反応速度定数k_1で進行する（式1)。このとき，反応次数はAについて1次であった。

$$A \xrightarrow{k_1} B \qquad (式 1)$$

分子Aの濃度を[A]で表したとき，[A]の時間変化についての速度式を示せ。ただし，反応速度はd[A]/dtとする。

(2) 反応速度定数k_1，分子Aの初期濃度$[A]_0$および時間tを使って，[A]の時間変化を示せ。

(3) 分子Cから分子Dが生じる反応は，反応速度定数k_2で進行する（式2)。このとき，反応次数はCについて2次であった。

$$C \xrightarrow{k_2} D \qquad (式 2)$$

分子Cの濃度を[C]で表したとき，[C]の時間変化についての速度式を示せ。ただし，反応速度はd[C]/dtとする。

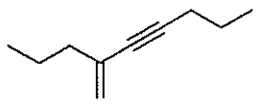
(4) 反応速度定数k_2，分子Cの初期濃度$[C]_0$および時間tを使って，[C]の時間変化を示せ。

(5) 分子Aの半減期は初期濃度に依存しないが，分子Cの半減期は初期濃度に依存する。このことを，(2)と(4)の結果から示せ。

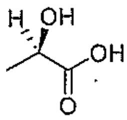
化学 2　試験問題

1. 次の化合物の IUPAC 名を答えよ。

(1)



(2)



2. 次の化合物の構造式を示せ。

(1) 2-アミノ-6-ブロモナフタレン

(2) *cis*-1,2-シクロヘキサンジメタノール

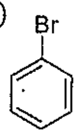
3. エタン，エチレン，アセチレンおよびベンゼンを比較したとき，炭素－炭素結合が短い順に左から右に並べよ。また，その順になる理由を述べよ。

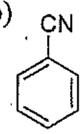
4. 同じ分子式（C_6H_{14}）を有するヘキサンと 2,3-ジメチルブタンのうち，沸点が低い方を選び，理由とともに答えよ。

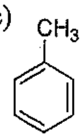
5. ピリジンとピロールのうち，塩基性度が高い方を選び，理由とともに答えよ。

（次ページに続く）

6. 次に示す芳香族化合物 a)～c)に関して，以下の問いに答えよ。

a)


b)


c)


(1) 化合物 a)～c) をモノニトロ化したときの主生成物は，オルト・パラ異性体およびメタ異性体のどちらか，それぞれ答えよ。

(2) 化合物 a)～c) をモノニトロ化したときの反応速度が速い順に，左から右に記号で並べよ。また，その順になる理由を簡潔に述べよ。

7. 次の反応の主生成物（有機化合物）(1)～(4)の構造式を示せ。必要ならば，立体化学が分かるように示せ。