

令和4年度

理工学群物理学類 推薦入試

小論文 試験問題

注意事項

- ① 試験時間は120分です。
- ② 問題Ⅰ～Ⅲのすべてに解答せよ。
- ③ 解答用紙は各問題に対して1枚使用し、それぞれの解答用紙には「問題Ⅰ」のように問題番号を明記すること。
- ④ 解答を書ききれない場合は、「裏へ」と明記してその解答用紙の裏面に続けて書くこと。
- ⑤ 下書き用紙は採点しない。

問題 I

図1のように、水平な地面の点Oから、地面とある角度 θ をなす方向にボールを初速度の大きさ v_0 で発射する。ボールが最初に地面と衝突する点をAとする。ボールは反発係数 e ($0 < e < 1$)で地面と非弾性衝突を繰り返しながら右の方向に進んでいく。重力加速度の大きさを g として、以下の問いに答えよ。ボールの運動は図の面内以外は考えないものとし、地面は水平方向に十分に長く、ボールの大きさ、ボールに対する空気の抵抗および地面の摩擦は無視できるものとする。

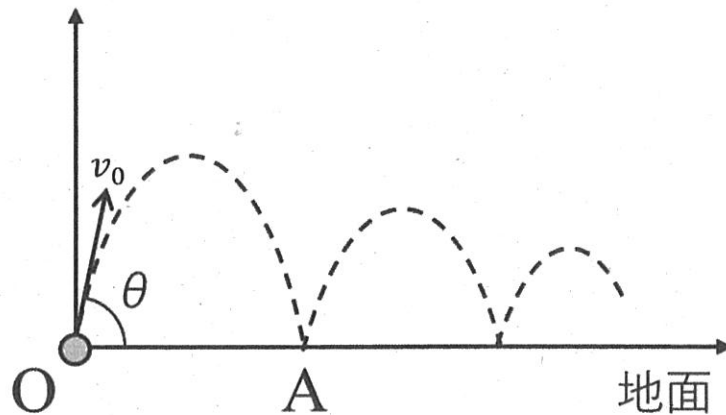


図1

- 問1 $\theta = 45^\circ$ と $\theta = 90^\circ$ の場合の、ボールが達する最高点の地面からの高さをそれぞれ H_{45} 、 H_{90} とする。その比 H_{45}/H_{90} を求めよ。
- 問2 $\theta = 45^\circ$ の場合の、距離OAを v_0 、 g を用いて表せ。
- 問3 距離OAが、問2の距離の半分になる角度 θ ($0^\circ < \theta \leq 90^\circ$)をすべて求めよ。

以下の問4~6では、一般の θ の場合について考える。

- 問4 点Aで衝突した後、ボールが達する最高点の地面からの高さを v_0 、 g 、 θ 、 e を用いて表せ。
- 問5 ボールがバウンドを繰り返し、バウンド N 回目の地面と衝突する点をXとする。但し、 $N=1$ のとき、点Xは点Aである。距離OXを v_0 、 g 、 θ 、 e 、 N を用いて表せ。
- 問6 問5においてバウンド回数 N を無限に大きくしていったとき、距離OXはどうか答えよ。

問題 II

図 1 のように、なめらかで水平な面 (xy 面) の上に質量 m [kg] の平らな台を置き、その上に 1 辺 $2a$ [m] の正方形の形をした回路を設置した。回路の各辺は x 軸、または y 軸に平行である。回路には抵抗値 R [Ω] の抵抗が接続されており、その中心は最初 $x = a$ [m] に位置する。また、 $x \geq 0$ の領域には、 xy 面に垂直かつ上向きに磁束密度 B [T] の一様な磁場があり、 $x < 0$ の領域の磁場はゼロである。台に外力を加え、回路の中心の位置が $x = a \cos(\omega_0 t)$ [m] となるように x 軸方向に動かした。ただし、 ω_0 [rad/s] は角振動数、 t [s] は時刻である。回路の自己インダクタンス、及び台を除いた回路の質量は無視できるものとする。以下の問いに答えよ。

必要であれば、 Φ_0 と A を定数として、回路を貫く交流磁束 $\Phi = \Phi_0(A + \cos(\omega_0 t))$ [Wb] に対し、時間 Δt [s] の間の変化は $\Delta\Phi = -\Phi_0\omega_0 \sin(\omega_0 t) \cdot \Delta t$ [Wb] となることを用いてよい。

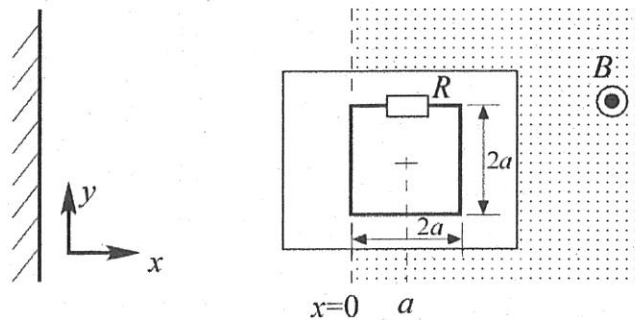


図 1

- 問 1. 回路に生じる起電力 V_0 [V] を、 a 、 B 、 R 、 ω_0 、 t の中から必要なものを用いて表せ。ただし、回路を反時計周りする向きを正とする。
- 問 2. 単位時間あたりに抵抗で発生するジュール熱の平均値 \bar{Q} [W] を、 a 、 B 、 R 、 ω_0 、 t の中から必要なものを用いて表せ。

次に、図 2 のようにばね定数 k [N/m] のばねで台と固定壁をつないだ。ばねが自然長のときの回路の中心の位置は $x = 0$ である。回路の中心が $x = a$ [m] となる位置まで x 軸方向に台を引っ張ったのち、時刻 $t = 0$ [s] で静かに手をはなした。台は振動を始めたのち次第に振幅が減衰し、十分な時間が経過した後に静止した。減衰は振動の周期に比べてはるかにゆっくりと進行し、短時間の運動は単振動で近似できるとする。以下の問いに答えよ。

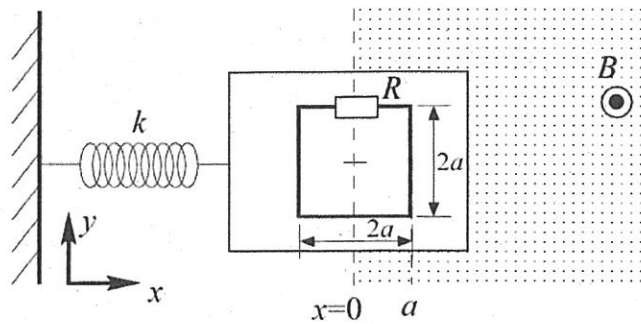


図 2

問 3. $t = 0$ [s]から台が静止するまでの間に抵抗で発生したジュール熱 Q_1 [J]を、 a 、 k 、 B 、 R 、 ω_0 、 t の中から必要なものを用いて表せ。

問 4. 台が静止するまでの間の、回路に働く力と運動との関係について考える。

以下の ア エ を、 a 、 b 、 B 、 R 、 ω_1 、 t の中から必要なものを用いた式で埋めよ。 ω_1 は以下の文章中で定義される角振動数である。

台の振幅が b [m] (ただし、 $0 < b < a$)に減衰したときの回路の中心の位置が、 $x = b \cos(\omega_1 t)$ [m]で与えられるものとする。このとき回路に生じる起電力は $V_1 = \text{ア}$ [V]であり、回路に働く x 方向の力はフレミングの左手の法則より $F_x = \text{イ}$ [N]と書ける。ここで、 V_1 は磁場 B [T]を速度 v [m/s]で横切る長さ $2a$ [m]の導線に生じた誘導起電力と見なせ、 $V_1 = -vB \cdot 2a$ の関係が成り立つので、回路の速度は $v = \text{ウ}$ [m/s]となる。イとウより、 $F_x = -\text{エ} \times v$ と書け、回路には速度に比例した抵抗力が働くことが分かる。ただし、 F_x 、 v は、 x 軸正の向きを正とする。

次に、図 2 の回路に自己インダクタンス L [H]のコイル、電気容量 C [F]のコンデンサーを加え、台の上に設置した (図 3)。回路の中心が $x = a$ [m]となる位置に台を引っ張ったのち時刻 $t = 0$ [s]で静かに手をはなしたところ、台は振動を始めたのち次第に振幅が減衰し、十分な時間が経過した後に静止した。以下の問いに答えよ。

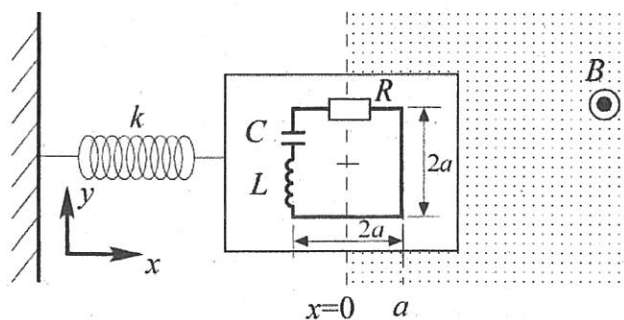
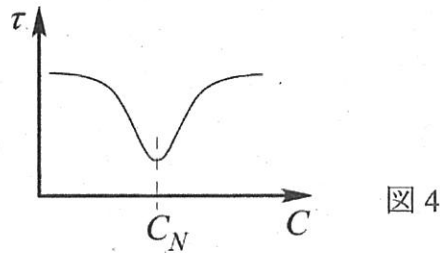
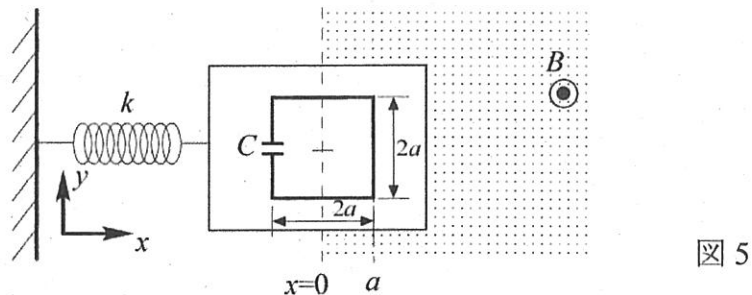


図 3

問 5. 電気容量 C をいろいろな値に変えて台を振動させる実験を繰り返し、それぞれ台の振幅が $a/2$ [m] に減衰するまでに要した時間 τ [s] と角振動数を計測した。 C と τ の関係をグラフにしたところ、図 4 に示すように、電気容量 C_N [F] のときに τ が最も小さい値となり、このときの角振動数は ω_N [rad/s] であった。 C_N を、 a 、 k 、 B 、 R 、 L 、 ω_N 、 t の中から必要なものを用いて表し、また、 C_N において τ が最短となる理由を簡潔に記せ。なお、図 3 の回路のインピーダンスは、 $Z = \sqrt{R^2 + \{\omega L - 1/(\omega C)\}^2}$ で与えられる。



次に、図 5 のように電気容量 C [F] のコンデンサーが接続された回路を台の上に設置した。回路の中心が $x = a$ [m] となる位置に台を引っ張ったのち時刻 $t = 0$ [s] で静かに手をはなしたところ、台は振幅 a を保ったまま、角振動数 ω_2 [rad/s] で単振動した。ただし、時刻 $t = 0$ [s] におけるコンデンサーの電荷は 0 とし、電圧の変化に応じたコンデンサーの充電・放電は瞬時に完了するとして、以下の問いに答えよ。



問 6. コンデンサーに蓄えられる電荷 Q_C [C] を、 a 、 k 、 B 、 C 、 ω_2 、 t の中から必要なものを用いて表せ。

問 7. エネルギー保存則より、 $t = 0$ [s] における系の位置エネルギーは、回路の中心が $x = 0$ の位置にあるときの、台の運動エネルギーとコンデンサーの静電エネルギーの和に等しい。この関係式を、 a 、 k 、 B 、 C 、 m 、 ω_2 、 t の中から必要なものを用いて表せ。

問 8. 角振動数 ω_2 [rad/s] を、 a 、 k 、 B 、 C 、 m の中から必要なものを用いて表せ。

問題 III

光源からの光を用いて、真空中で干渉実験を行う。図1のように、スリットの切った2枚のついたておよびスクリーンBは互いに平行であり、光源Aと1枚目のついたてに切ったスリット S_1 を結ぶ直線に対して垂直である。この直線と2枚目のついたてとの交点を O' 、スクリーンBとの交点を O とする。2枚目のついたてに切った複スリット S_a と S_b の間隔は d [m]とし、 O' がその中間点と一致するように配置した。点 O' と点 O の間の距離を D [m]とする。以下の問いに答えよ。ただし、スリット S_1 、 S_a 、 S_b の大きさは無視できるほど小さいとし、真空の屈折率は1である。 D は光の波長や d と比べてはるかに大きいと考えてよい。

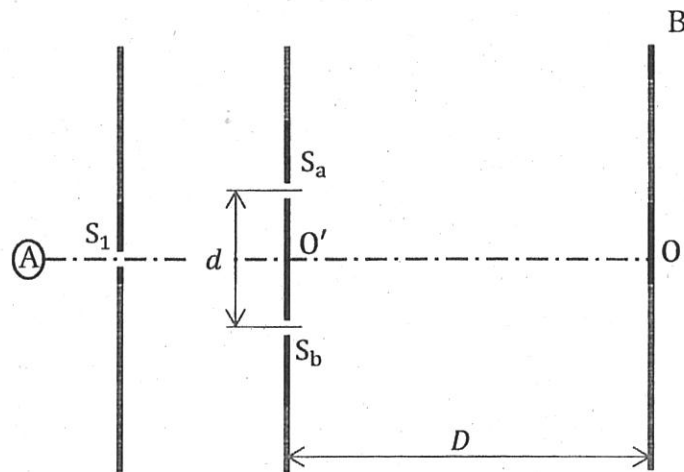


図 1

問1. 光源の位置からスクリーンB上の点Oは直接には見る事ができない。しかし、光源Aを点灯すると点Oには明るい線ができる。これは光のどのような性質によるものかを簡単に説明せよ。

問2.

(ア)複スリット S_a 、 S_b を通った光が、スクリーンB上で点Oからの距離が x [m]の同じ位置に到達した場合、それらの光の経路差を求めよ。

(イ)光源Aが発する光が波長 λ [m]の単色光である場合を考える。複スリットとスクリーンBの間の距離が $D = L$ [m]のとき、スクリーンB上で点Oの両側に生じる明暗の縞模様のうち、点Oから見て S_a 側（図1で点Oの上側）の m 番目($m = 0, 1, 2, 3, \dots$)に位置する明るい線（第 m 明線）について、点Oからの距離を x_m [m]と表すことにする。ただし、点Oにできる

明線を第0明線とする。 x_m [m]を λ 、 d 、 L を用いて表せ。ただし、次の近似式のうち必要なものを用いてよい。

(近似式1) n が整数、 x が1より十分小さいとき、 $(1+x)^n \cong 1+nx$

(近似式2) θ [rad]が十分小さいとき、 $\tan \theta \cong \sin \theta$

問3. 問2.の状況で、 $\lambda = 7 \times 10^{-7}$ m、 $d = 0.25$ mm、 $L = 1.5$ mのとき、第1明線に対する x_1 [m]の値を計算せよ。

問4. 光源Aに白色光の光源を用いたときのスクリーンB上の明暗の縞模様は虹のように色がついて見える。赤と青の二色の光に着目するとき、点Oからみてスリット S_a 側の第1明線での赤と青の位置関係を述べよ。また、そのように考える理由も述べよ。

問5. 真空中の光の速さを c [m/s]とする。屈折率 n の物質中での光の速さを答えよ。

問6. 問2.の状況のとき、図2のようにスリット S_a のスクリーンに屈折率 n で厚さ h [m]の物質を貼り付けた。ここで h は L よりはるかに小さいとする。このとき、スクリーンB上の明暗の縞模様は問2.の場合と比べてどのように変化するかを簡潔に説明せよ。

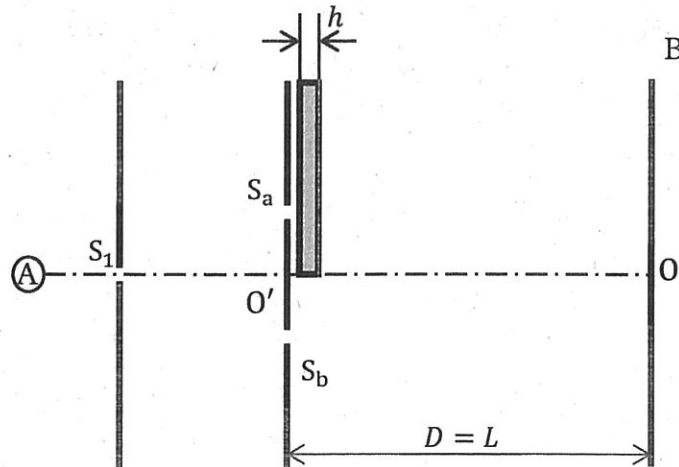


図 2

問7.

(ア)問2.の状況からスクリーンを移動し、複スリットとスクリーンB間の距離を $D=2L$ [m]とした。このとき第 m 明線の位置 \bar{x}_m [m]を求めよ。

(イ)次に、図3のようにスクリーンBを元の位置 $D=L$ [m]までゆっくり移動させて戻す場合を考える。 $D=2L$ [m]のときのスクリーンB上の第3明線の位置 $x = \bar{x}_3$ [m]に注目するとき、スクリーンBが移動するにつれてこの位置における明るさはどのように変化するか、横軸に戻す移動量 l [m] (0から L の間の値) をとり縦軸に明るさを取って図示せよ。このとき明るさが極大になるときの移動量 l [m]の大きさも示せ。

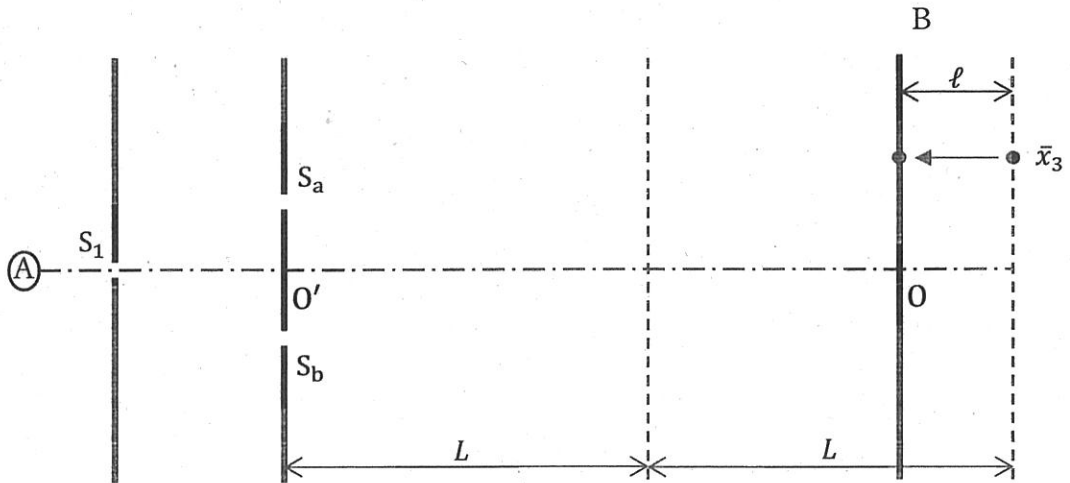


図 3