令和４年度
推薦入試　　　　　　　　　　**【理工学群工学システム学類】**

区　　分	標準的な解答例又は出題意図
小論文 問題１	

（出題意図）積分法について出題している。これらは大学で学ぶ上で必須の知識であり，これらに対する理解度を問う。

（解答例）

問１

(1) $\int \frac{x^2-2x-2}{x^3-1}dx = \int \left(\frac{-1}{x-1} + \frac{2x+1}{x^2+x+1}\right)dx = -\log|x-1| + \log(x^2+x+1) + C$

(2) $\int \log(x+\sqrt{x^2+1})dx = x\log\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) - \int x\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx$

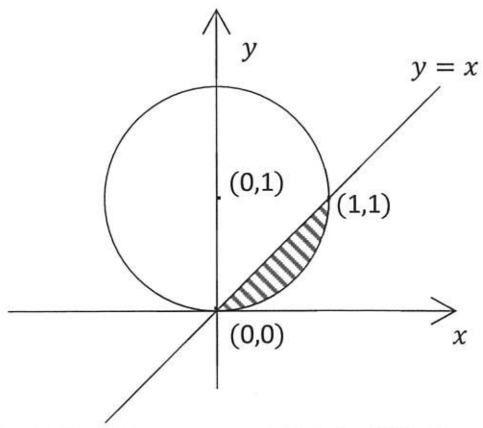
$= x\log\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) - \sqrt{x^2+1} + C$

(3) $\int_0^2 \frac{2x+3}{x^2+2x+4}dx = \int_0^2 \frac{2x+2}{x^2+2x+4}dx + \int_0^2 \frac{1}{(x+1)^2+3}dx = [\log(x^2+2x+4)]_0^2 + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sqrt{3}}d\theta \ = \log 3 + \frac{\pi}{6\sqrt{3}}$

※ $\int_0^2 \frac{1}{(x+1)^2+3}dx = \int_1^3 \frac{1}{x'^2+3}dx' = \int_{1/\sqrt{3}}^{3/\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{3(t^2+1)}dt = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{1}{\sqrt{3}(\tan\theta^2+1)}\frac{1}{\cos^2\theta}d\theta = \frac{\pi}{6\sqrt{3}}$

問２

(1)



(2)点(t,t)を通る$y=x$と直交する直線は$y=-x+2t$。円は$(y-1)^2+x^2=1$であるから、$y=-x+2t$と円の交点 A のx座標は$x = t - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{-4t^2+4t+1}$

よって、(t,t)から A の距離hは、$h = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1+\sqrt{-4t^2+4t+1})$。

点(t,t)における断面積は$\pi h^2 = \pi\left(-2t^2+2t+1-\sqrt{-4t^2+4t+1}\right)$となる。

ここで、原点から点(t,t)までの距離をt'とすると、$t = \frac{t'}{\sqrt{2}}$。よって、

$\pi h^2 = \pi\left(-t'^2 + \sqrt{2}t' + 1 - \sqrt{-2t'^2 + 2\sqrt{2}t' + 1}\right)$

これをt'について 0 から$\sqrt{2}$まで積分すると、

$\int_0^{\sqrt{2}} \pi\left(-t'^2 + \sqrt{2}t' + 1 - \sqrt{-2t'^2 + 2\sqrt{2}t' + 1}\right) dt'$

$= \pi\left[-\frac{1}{3}t'^3 + \frac{1}{\sqrt{2}}t'^2 + t'\right]_0^{\sqrt{2}} - \pi\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{-2t'^2 + 2\sqrt{2}t' + 1}\, dt'$

$= \pi\left(-\frac{2}{3}\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}\right) - \pi\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2}\sqrt{1 - (t' - \frac{1}{\sqrt{2}})^2}\, dt'$

$= \pi\frac{4}{3}\sqrt{2} - \sqrt{2}\pi\int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{1 - t''^2}\, dt'' \ \left(t'' = t' - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= \pi\frac{4}{3}\sqrt{2} - \sqrt{2}\pi\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2\theta\, d\theta\ (t'' = \sin\theta\, , dt'' = \cos\theta\, d\theta)$

$= \pi\frac{4}{3}\sqrt{2} - \sqrt{2}\pi\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta = \pi\frac{4}{3}\sqrt{2} - \sqrt{2}\pi\left[\frac{\theta}{2} + \frac{1}{4}\sin 2\theta\right]_{-\pi/4}^{\pi/4}$

$= \pi\frac{4}{3}\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}\pi^2}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}\pi$

$= \sqrt{2}\pi\left(\frac{5}{6} - \frac{\pi}{4}\right)$

（別解）

$-45°$ 回転させると，$\left(y - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1$と$x$軸に囲まれた部分を，$x$軸の周りに回転した体積になる。$x$における断面積$S(x)$は，

$\left(y - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1 - \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \ \rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{1 - \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}$

$\rightarrow \quad y^2 = \frac{1}{2} + 1 - \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \sqrt{2}\sqrt{1 - \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1 - x^2 + \sqrt{2}x - \sqrt{2}\sqrt{1 - \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}$

より$S(x) = \pi\left\{1 - x^2 + \sqrt{2}x - \sqrt{2}\sqrt{1 - \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}\right\}$

$\rightarrow V = \pi\int_0^{\sqrt{2}} \left\{1 - x^2 + \sqrt{2}x - \sqrt{2}\sqrt{1 - \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}\right\} dx$

$= \pi\left[x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{\sqrt{2}}x^2\right]_0^{\sqrt{2}} - \pi\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2}\sqrt{1 - \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}\, dx$

$= \pi\left(\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3} + \sqrt{2} - \sqrt{2}\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{4\sqrt{2}}{3}\pi - \frac{\sqrt{2}}{4}\pi^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\pi$

$= \sqrt{2}\pi\left(\frac{5}{6} - \frac{\pi}{4}\right)$

問題２	［出題意図］ 電磁気の基礎である，合成抵抗の求め方からキルヒホッフの法則、フレミングの法則などの基礎力の確認とともに、モーメントおよび力のつりあい、などの力学的な素養を幅広く確認する．

(1)　合成抵抗は

$$\frac{1}{R_0}=\frac{1}{r(l-h)}+\frac{1}{r(l+h)+r(l-h)+r(l+h)}$$
$$=\frac{1}{r(l-h)}+\frac{1}{r(3l+h)}=\frac{r(3l+h)+r(l-h)}{r^2(l-h)(3l+h)}$$
$$=\frac{4rl}{r^2(l-h)(3l+h)}=\frac{4l}{r(l-h)(3l+h)}$$

より、

$$R_0=\frac{r(l-h)(3l+h)}{4l}$$

と求めることができる．回路全体を流れる電流I_0は

$$E=I_0R_0$$

より

$$I_0=\frac{4El}{r(l-h)(3l+h)}$$

となる．ここで、$a\longrightarrow d$を流れる電流をI_1、$a\longrightarrow b\longrightarrow c\longrightarrow d$を流れる電流を$I_2$とすれば、キルヒホッフの法則を使って、

$$I_0=I_1+I_2\ ・・・式(1)$$
$$0=I_1r(l-h)-I_2r(3l+h)\ ・・・式(2)$$

の２つの式を構成できる．式(2)より、

$$I_1=\frac{3l+h}{l-h}I_2$$

となる．これと先程求めたI_0を式(1)に代入すれば、

$$\frac{4El}{r(l-h)(3l+h)}=\frac{3l+h}{l-h}I_2+I_2$$
$$\frac{4El}{r(l-h)(3l+h)}=I_2\left(\frac{3l+h+l-h}{l-h}\right)$$
$$\frac{4El}{r(l-h)(3l+h)}=I_2\frac{4l}{l-h}$$
$$I_2=\frac{E}{r(3l+h)}$$

と求めることができる．

(2)　フレミングの左手の法則より、辺bcを流れる電流が磁界から受ける力は、y軸方向になる．これが、辺abと辺bcと辺cdの重心G_1のx軸まわりのモーメントとつりあっている状態を考えれば良い．

辺abと辺bcと辺cdの３本の導線の重心G_1のx軸からの距離をl_1とすると、

問題２（つづき）	$$l_1=\frac{2\cdot\frac{m}{4}\left(1+\frac{h}{l}\right)\left(\frac{l+h}{2}\right)+\frac{m}{4}\left(1-\frac{h}{l}\right)(l+h)}{2\cdot\frac{m}{4}\left(1+\frac{h}{l}\right)+\frac{m}{4}\left(1-\frac{h}{l}\right)}$$ $$=\frac{(l+h)\left(1+\frac{h}{l}+1-\frac{h}{l}\right)}{\left(3+\frac{h}{l}\right)}=\frac{2(l+h)}{3+\frac{h}{l}}$$ これに基づき辺abと辺bcと辺cdの ３ 本の導線の重心G_1のx軸まわりのモーメントは $$\left\{\frac{m}{4}\left(3+\frac{h}{l}\right)\right\}g\left\{\frac{2(l+h)}{3+\frac{h}{l}}\right\}\sin\theta$$ と計算でき、これと辺bcを流れる電流I_2が磁界から受ける力がつりあうので、 $$BI_2(l-h)(l+h)\cos\theta-\left\{\frac{m}{4}\left(3+\frac{h}{l}\right)\right\}g\left\{\frac{2(l+h)}{3+\frac{h}{l}}\right\}\sin\theta=0$$ が成立する．これを変形し、$\tan\theta$の形に持ってゆけば良いので $$\left\{\frac{m}{4}\left(3+\frac{h}{l}\right)\right\}g\left\{\frac{2(l+h)}{3+\frac{h}{l}}\right\}\sin\theta=BI_2(l-h)(l+h)\cos\theta$$ $$\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\cdot\frac{m}{4}\cdot g2(l+h)=BI_2(l-h)(l+h)$$ $$\tan\theta=\frac{2BI_2(l-h)}{mg}=\frac{2BE}{r(3l+h)}\frac{(l-h)}{mg}=\frac{2BE(l-h)}{mgr(3l+h)}$$ となる． (3)　「$h=0$の時に$\theta=45°$で、コイルは静止している場合」ということから、この時の磁束密度を求めると $$\tan 45°=1=\frac{2BE(l-0)}{mgr(3l+0)}=\frac{2BE}{3mgr}$$ $$B=\frac{3mgr}{2E}$$ となる．この磁束密度に固定された時に、hを変化させ、$\theta=60°$になったということは、 $$\tan 60°=\frac{2BE(l-h)}{mgr(3l+h)}=\frac{3mgr}{2E}\frac{2E(l-h)}{mgr(3l+h)}$$ $$\sqrt{3}=\frac{3(l-h)}{(3l+h)}$$ これをhについて求めれば $$\sqrt{3}(3l+h)=3(l-h)$$ $$(\sqrt{3}+3)h=(3-3\sqrt{3})l$$ $$h=\frac{(3-3\sqrt{3})}{(\sqrt{3}+3)}l$$ となる． 有理化すると $$h=-\frac{(\sqrt{3}-3)^2\sqrt{3}}{6}l$$

問題２（つづき）	

他にも、

$$h = \left(-2\sqrt{3} + 3\right)l$$

など

(4)　(2)の途中で求めたつりあいの式において、磁界の角度αを考慮すると

$$BI_2(l-h)(l+h)\cos(\theta-\alpha) - \frac{m}{2}g(l+h)\sin\theta = 0$$

が成立することになり、ここで

$$I_2 = \frac{E}{r(3l+h)} \quad と \quad B = \frac{3mgr}{2E}$$

を代入すると、

$$\frac{3mgr}{2E}\frac{E}{r(3l+h)}(l-h)(l+h)\cos(\theta-\alpha) - \frac{m}{2}g(l+h)\sin\theta = 0$$

$$\frac{3}{2}\frac{mg}{(3l+h)}(l-h)\cos(\theta-\alpha) - \frac{m}{2}Mg\sin\theta = 0$$

$$\frac{3(l-h)}{(3l+h)}\cos(\theta-\alpha) - \sin\theta = 0$$

ここで、磁界の角度は$\alpha = 15°$、コイルの角度は$\theta = 45°$なので、それぞれ代入すれば

$$\frac{3(l-h)}{(3l+h)}\cos(45° - 15°) - \sin 45° = 0$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\frac{3(l-h)}{(3l+h)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{3(l-h)}{(3l+h)} = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$3\sqrt{6}(l-h) = 2(3l+h)$$

$$3\sqrt{6}l - 3\sqrt{6}h = 6l + 2h$$

$$\left(-3\sqrt{6} - 2\right)h = 6l - 3\sqrt{6}l$$

$$h = \frac{3\sqrt{6} - 6}{2 + 3\sqrt{6}}l$$

となる.

有理化すると、

$$h = \frac{33 - 12\sqrt{6}}{25}l$$

問題3	問1 【解答例】しかし，近代的，クリーンで手頃な価格のエネルギーの選択肢へのアクセスを高めることは，特に最貧層（人口の下位5分の1）と最貧国における貧困削減に重要な役割を果たせるというコンセンサスが高まりつつある。 【説明】文前半と後半の関係が正しく訳せていること，「affordable energy」を文意に沿って自然な日本語に訳出できていること（「手頃な価格のエネルギー」，「低価格のエネルギー」，「安価なエネルギー」など）。 問2 【解答】(b)　貧困率の高さと電力アクセスの低さは正の相関があるから。 【説明】文意より，貧困率の高さと電力アクセスの低さは正の相関があることがわかる。 問3 【解答例】食生活と栄養摂取量の改善 【説明】「diet」を自然な日本語に訳出できていること。 問4 【解答例】 その関係は悪循環として特徴付けられる。なぜなら，クリーンで安価なエネルギーを利用できない貧しい人々は，しばしば窮乏のサイクルに陥る。即ち，収入と生活環境を改善する手段とが限られていて、同時に、少ない収入のほとんどを，乾電池，原始的で非効率的な灯油ランプ，木炭あるいはろうそくといった貧弱で安全ではない高価で不健康なエネルギーに費やしてしまうからである。 【説明】複雑な構造の文章から，明確な論理構造を読み取り，日本語で適切に表現できることを確認する。 問5 【解答例】 一方，貧しい人々が安定した電力供給やよりクリーンな燃料を利用できるようになると，雇用創出，商売および家庭での付加価値のある活動を支援できるようになり，わずかな「余剰」や貯蓄を蓄積することで，教育や保健サービスを利用したり，栄養状態の改善や住宅環境の改善が容易になり，それらによって貧困から徐々に抜け出せるようになる。 【説明】多くの関係代名詞で接続された文書から適切に意味を読み取り，日本語で表現する能力を確認する。 「When A, B」の構文を，単に「A の時，B である」と和訳せずに，文意に基づいて適切に和訳できるか。「that」についても同様に文意に基づいて適切に和訳できるか。 問6 【解答例】 発電機の騒音や排煙もなく，電気をより長い時間使えるようになりました。子供達は学校の後に夕方本を読むことができます。携帯電話を充電するために出かける必要もなくなり，長い時間働くことができるようになりました。数え切れないほどの利便性があります。GVE が私達のコミュニティへやってくる前に燃料やその代わりの手段にもっとお金を使っ

問題３（つづき）	ていたことと比べると，このサービスは本当にお得です。 【説明】文章から，プロジェクトの利点を的確に読み取り，日本語で表現する能力を確認する。