

令和4年度

理工学群物理学類
個別学力検査等〔後期日程〕

小論文
試験問題

注意事項

- ①問題Ⅰから問題Ⅱのすべてに解答すること。
- ②解答用紙は各問題に対して1枚使用し、それぞれの解答用紙の横長の箱内に「問題Ⅰ」のように問題番号を明記し、小問に分かれている場合は解答用紙に「問1」のように小問番号を記入した上で、小問ごとに解答すること。
- ③試験時間は120分です。

問題 I

図1に示すように、十分に広く水平な床の上をなめらかに移動できる質量 M の枠型の台車があり、枠内には質量 m のおもりがついた長さ L の振り子がぶら下げられている。おもりの大きさや糸の質量、空気抵抗は無視できる。図1に示すように、床に固定した X 座標軸（右側が正）に対して、台車の位置を振り子の支点の位置で定義する。また、台車と振り子の運動は図の面内に限られ、台車が床から浮くことはなく、糸がたるむこともない。重力加速度の大きさを g として、以下の問いに答えよ。

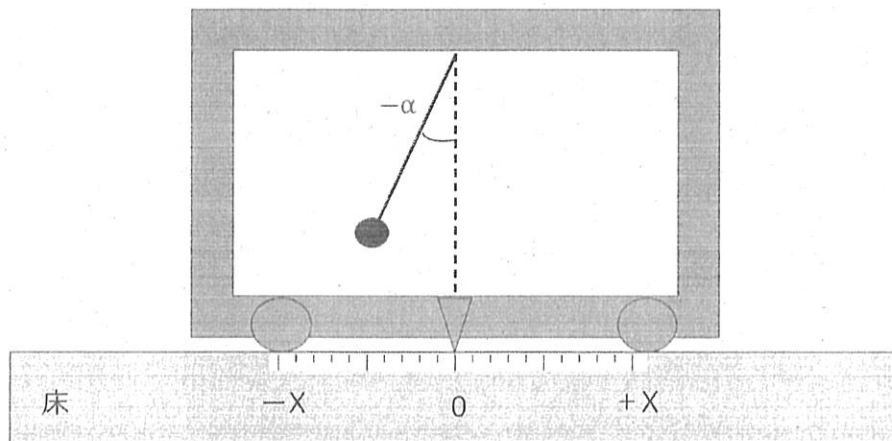


図1

注) 振り子の振れ角 α は、おもりが最下点の位置にある状態を $\alpha = 0$ とし、図の右方向への振れ角を正、左方向を負と定義する。

はじめに、おもりと台車を合わせた物体系の重心の運動について考察する。

問1 台車の速度が V 、おもりの速度の X 成分が v_x のとき、重心の速度の X 成分 V_G を、 m 、 M 、 v_x 、 V のなかから必要なものを用いて表せ。

問2 床からの垂直抗力以外の外力が物体系に働かないとき、重心の X 方向の運動は、一般にどのような運動になるか。理由も含めて答えよ。

台車が床に対して静止するよう抑えながら、振り子を負の X 方向に振れ角 $-\alpha$ だけ持ち上げ($0 < \alpha < 90^\circ$)、次に台車とおもりを同時に静かに離れた。この瞬間、台車は $X = 0$ の位置にあるものとする。

問3 おもりが最初に最下点に達した時の、台車の位置 x_0 を求めよ。 x_0 が0でない場合は、正か負かを、 $x_0 > 0$ のように書き加えよ。

問4 おもりが最初に最下点に達した時の、台車の速度 v_0 を求めよ。 v_0 が0でない場合は、正か負かを、 $v_0 > 0$ のように書き加えよ。

問5 振り子が最初に正方向の最大振れ角に達した時の、台車の速度 v_1 を求めよ。 v_1 が0でない場合は、正か負かを、 $v_1 > 0$ のように書き加えよ。

問6 振り子が最初に正方向の最大振れ角に達した時の振れ角を、 m 、 M 、 g 、 α 、 L のなかから、必要なものを用いて書け。

次に、台車が静止するよう抑えながら、振り子を X の負の方向に振れ角 $-\alpha$ だけ持ち上げ($0 < \alpha < 90^\circ$)、おもりを静かに離し、おもりが最下点に達した瞬間に台車も静かに離した。この瞬間、台車は $X = 0$ の位置にあるものとする。

問7 台車を離した瞬間の、おもりの速度 v_2 を求めよ。 v_2 が0でない場合は、正か負かを、 $v_2 > 0$ のように書き加えよ。

問8 振り子が最初に正方向の最大振れ角に達した時の、台車の速度 v_3 を求めよ。 v_2 を解に含んでも構わない。 v_3 が0でない場合は、正か負かを、 $v_3 > 0$ のように書き加えよ。

問9 振り子が最初に正方向の最大振れ角に達した時の振れ角を θ としたとき、 $\cos \theta$ を m 、 M 、 g 、 α 、 L のなかから、必要なものを用いて書け。

問題 II

鉛直下向きの一様な磁束密度 B [T] の磁場の中で、図1のように、電気抵抗が無視できる2本の滑らかな金属棒 L_1 、 L_2 を間隔 ℓ [m] で並行に並べてレールを作り、水平面に対して傾斜角 θ [rad] で固定した。各レールの下端 a 、 b には図1のような回路が接続されている。スイッチ S を介して端子 c と端子 d の切り替えができる。端子 c 側には電池 D が接続されている。抵抗 F の抵抗値は R [Ω] であり、それ以外の回路の電気抵抗は無視できるとする。質量 M [kg] の電気抵抗が無視できる導体棒 M_1 をレールに沿って水平を保って静かに置く。ここで、導体棒 M_1 はレールに対して常に直交しており、レールとの間の摩擦は無視できるものとする。系全体の自己インダクタンスおよび電池の内部抵抗は無視できるとし、重力加速度の大きさを g [m/s^2] として以下の問いに答えよ。

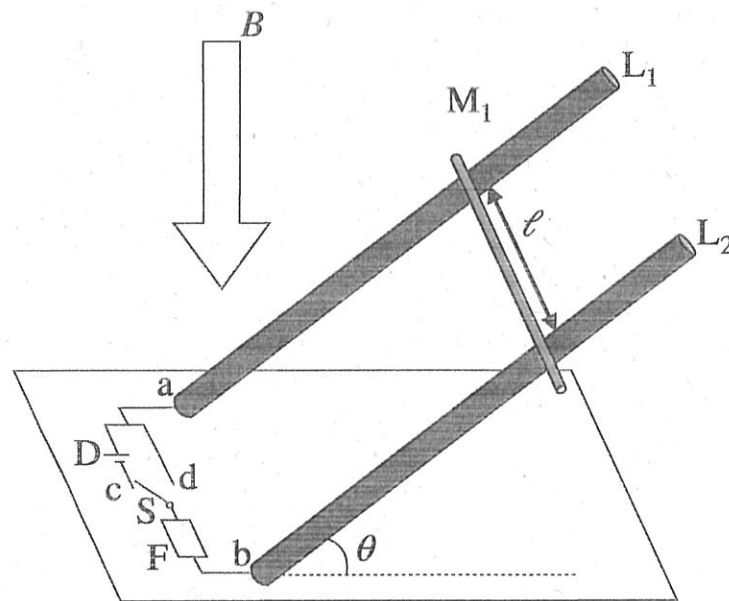


図1

- 問1. スイッチ S を端子 c 側につなぎ、導体棒 M_1 を自由に動けるようにしたところ、 M_1 は静止したまま動かなかった。電池 D の起電力を M 、 g 、 R 、 B 、 ℓ 、 θ を用いて表せ。
- 問2. スイッチ S を端子 d 側につなぎ、導体棒 M_1 を自由に動けるようにしたところ、 M_1 がレールに沿って下向きに動き始めた。このとき、抵抗 F に流れる電流の向きは図中の $a \rightarrow d \rightarrow b$ 、と $b \rightarrow d \rightarrow a$ のどちらになるか答えよ。また、その理由を述べよ。

問3. スイッチSを端子d側につなぎ、導体棒M₁が下方に動き始めたのち、しばらくすると抵抗Fには一定の電流が流れ、M₁の速さは一定になった。このときの電流の大きさI₀ [A]とM₁の速さv₀ [m/s]をM、g、R、B、ℓ、θのなかから必要なものを用いて表せ。ただし、金属棒L₁、L₂は十分長くM₁はレールの下端には到達しないものとする。

問4. 問3の状態のとき、抵抗Fで発生するジュール熱から抵抗Fの消費電力P_R [W]を求めよ。また、重力が導体棒M₁にする仕事率P_g [W]との比P_R/P_gを求めよ。

次に、図2のように鉛直上向きで磁束密度がB [T]の磁場の中で、電気抵抗が無視できる2本の滑らかな金属棒L₃、L₄が間隔ℓ [m]で水平面内に平行に固定されている場合を考える。レールの端e、fの間には単位長さあたりの電気抵抗がr [Ω/m]であるような長さℓ [m]の針金がレールと直行するようにつながれている。レールの上には質量と電気抵抗の無視できる導体棒M₂がレールに直交するように置かれ、点h、iでレールに接触している。導体棒M₂はレール上を摩擦なく直交したまま動くことができ、軽くて伸び縮みしない糸で摩擦なく回転できる軽い滑車を通して質量m [kg]のおもりとつながれている。はじめ、線分ehおよびfiの長さがℓ [m]になるように、おもりは適当な高さの台によって支持されている。系全体の自己インダクタンスは無視できるとし、重力加速度の大きさをg [m/s²]として以下の問いに答えよ。

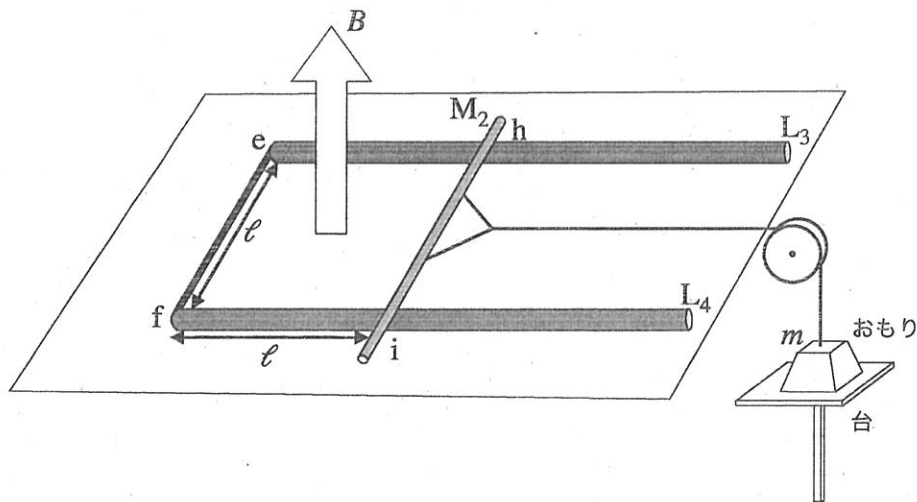


図2

問5. 時刻t=0 [s]で磁束密度はB=0 [T]であり、その後時間的に一定の割合で増加させたとき、時刻t₁ [s]に磁束密度がB=B₁ [T]に達したところでおもりが動

き始めたとする。時刻 $0 < t < t_1$ の間は磁束密度の時間変化によって、回路 $efih$ には一定の電流が流れている。導体棒 M_2 を流れる電流の大きさを r 、 ℓ 、 t_1 、 B_1 を用いて表せ。また、電流の向き ($h \rightarrow i$ 、または $i \rightarrow h$) を答えよ。

問6. 問5において、おもりに働く力の釣り合いから、この時刻 t_1 [s] を r 、 ℓ 、 m 、 g 、 B_1 を用いて表せ。

問7. 磁束密度を $B=B_2$ [T] に固定して台を取り外し、下向きに初速度 v_0 [m/s] をおもりに与えた。初速度を与えた瞬間のおもりの加速度を、 r 、 ℓ 、 m 、 g 、 B_2 、 v_0 を用いて表せ。

問8. 問7の後、おもりの速さはやがて一定になった。その速さを r 、 ℓ 、 m 、 g 、 B_2 、 v_0 のなかから必要なものを用いて表せ。