

令和3年度

理工学群 数学類
推薦入試

小論文
試験問題

注意事項

- ① 試験時間は120分です。全部で3問あり、すべてに解答してください。
- ② 問題ごとに解答用紙1枚ずつを使用し、各解答用紙の左上に問題の番号を明記してください。
- ③ 解答が書ききれない場合は、「裏へ」と明記した上で、その解答用紙の裏面に続けて書いてください。ただし、上部は5, 6 cm程あけてください(採点時には隠れてしまいます)。

問題 I a を実数とする。 x についての 2 次方程式

$$x^2 - 2ax = \int_{-1}^1 |t - a| dt$$

の解のうち 0 以上 1 以下であるものの個数を求めよ。

問題 II $\triangle ABC$ において、点 A, B, C の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ とする。辺 AB, BC, CA の長さをそれぞれ x, y, z とする。 $\triangle ABC$ の内部の点 P に対して $\triangle PAB, \triangle PBC, \triangle PCA$ の面積をそれぞれ s, t, u とする。また直線 CP と辺 AB の交点を D とする。

- (1) $\triangle PAD$ と $\triangle PDB$ の面積の比を t, u を用いて表せ。
- (2) 点 D の位置ベクトルを t, u と \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。
- (3) 点 P の位置ベクトルを s, t, u と $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。
- (4) $\triangle ABC$ の内心の位置ベクトルを x, y, z と $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

問題 III 複素数平面上に $\triangle ABC$ がある。点 A, B, C を表す複素数 α, β, γ は 3 次方程式 $z^3 - kz - 1 = 0$ を満たすとする。ここで k は実数とする。

- (1) 次が成り立つことを示せ。

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = 0 \\ \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -k \\ \alpha\beta\gamma = 1 \end{cases}$$

- (2) $\triangle ABC$ は実軸に関して対称であることを示せ。
- (3) $\triangle ABC$ が正三角形であるような k の値をすべて求めよ。