令和６年度学群編入学試験

理工学群物理学類

学　力　検　査
（専門科目）
問　題　冊　子

注意事項

① 問題Ⅰ～Ⅲのすべてに解答すること。

② 解答用紙は各問題に対して１枚使用し、それぞれの解答用紙には「問題Ⅰ」のように問題番号を明記すること。

③ 解答が書ききれない場合には、「裏へ」と明記して、その解答用紙の裏面に続けて書くこと。

④ 下書き用紙は採点しない。

⑤ 試験時間は 120 分です。

問題 I

図１のように、半径R、質量Mの一様な円柱で滑車を作り、質量m_{A}とm_{B}（$m_{\mathrm{A}} > m_{\mathrm{B}}$）の物体Aと物体Bを両端に付けたひもをかけた。滑車を手で支えて静止させたのち、静かに手を離すと、滑車は中心軸周りに回転を始めた。ひもは滑車上を滑ることはなく、十分長く、いずれの物体も滑車や地面に到達しないものとする。また、物体はつねに鉛直方向に運動する。滑車の両端にかかるひもの張力を図のようにT_{A}、T_{B}とし、物体Aの加速度a_{A}は下向き、物体Bの加速度a_{B}は上向きを正とする。滑車の角速度ωは左回りを正とし、$\dot{\omega}$はωの時間微分とする。物体の大きさ、ひもの重さ、空気抵抗は無視できるとする。重力加速度をgとして、以下の問に答えよ。

問1. 物体Aと物体Bの運動方程式を書け。

問2. 中心軸周りの円柱の慣性モーメントIを求めよ。

問3. a_{A}と滑車の角加速度$\dot{\omega}$の関係式を書け。また、a_{B}と$\dot{\omega}$の関係式を書け。

問4. 滑車の回転の運動方程式を書け。

問5. 滑車の角加速度$\dot{\omega}$をm_{A}、m_{B}、R、g、Iの中から必要なものを用いて表せ。

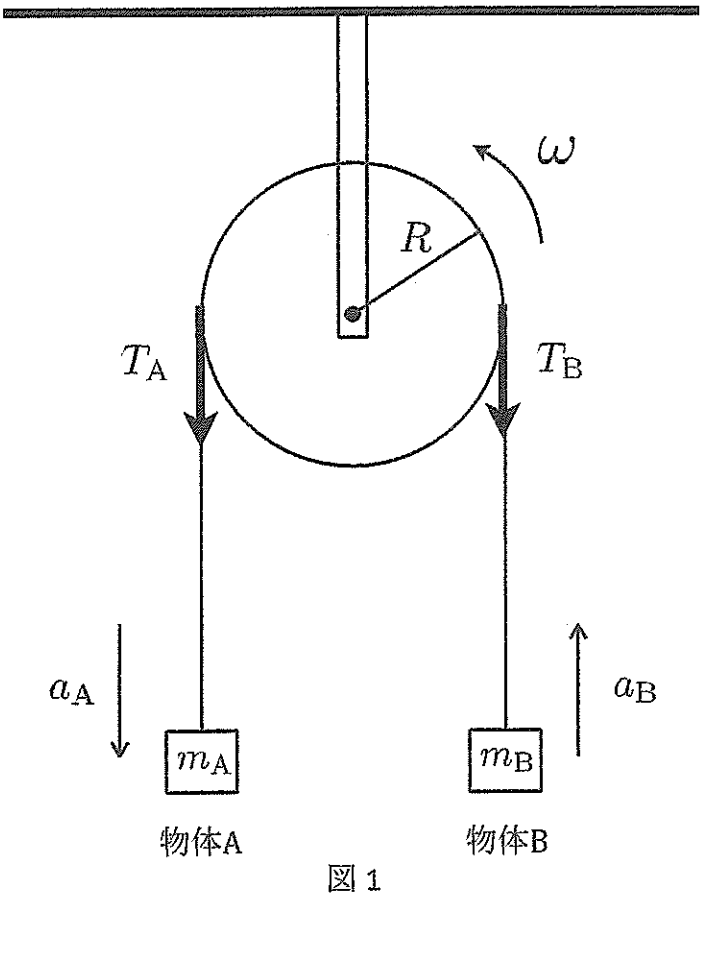


図１

次に、図2のように、図1の円柱を中心軸周りに内輪と外輪が一体となって回転する輪軸に代えた場合を考える。内輪と外輪の半径はそれぞれrとR $(R > r)$で、輪軸の中心軸周りの慣性モーメントをI_1とする。図のように内輪と外輪にはそれぞれひもが巻きつけてあり、ひもの端には物体Aと物体Bが付けられている。ひもは輪軸上を滑ることはなく、十分長く、いずれの物体も滑車や地面に到達しないものとする。また、物体はつねに鉛直方向に運動する。輪軸を手で支えて静止させたのち、時刻$t = 0$に静かに手を離すと、輪軸は回転を始めた。a_A、a_B、ωは上問と同じ向きを正とする。以下の問に答えよ。

問6. 輪軸の角加速度$\dot{\omega}$をm_A、m_B、r、R、g、I_1の中から必要なものを用いて表せ。

問7. 物体Aが上昇するための条件を

$$\frac{R}{r}\ \boxed{\text{(A)}}\ \boxed{\text{(B)}}$$

と表すとき、(A)にあてはまるものを<、>、=の中から選べ。また、(B)にあてはまる式をm_A、m_B、g、I_1の中から必要なものを用いて表せ。

問8. 時刻$t(> 0)$における力学的エネルギーを計算することにより、この系では力学的エネルギーが保存することを示せ。

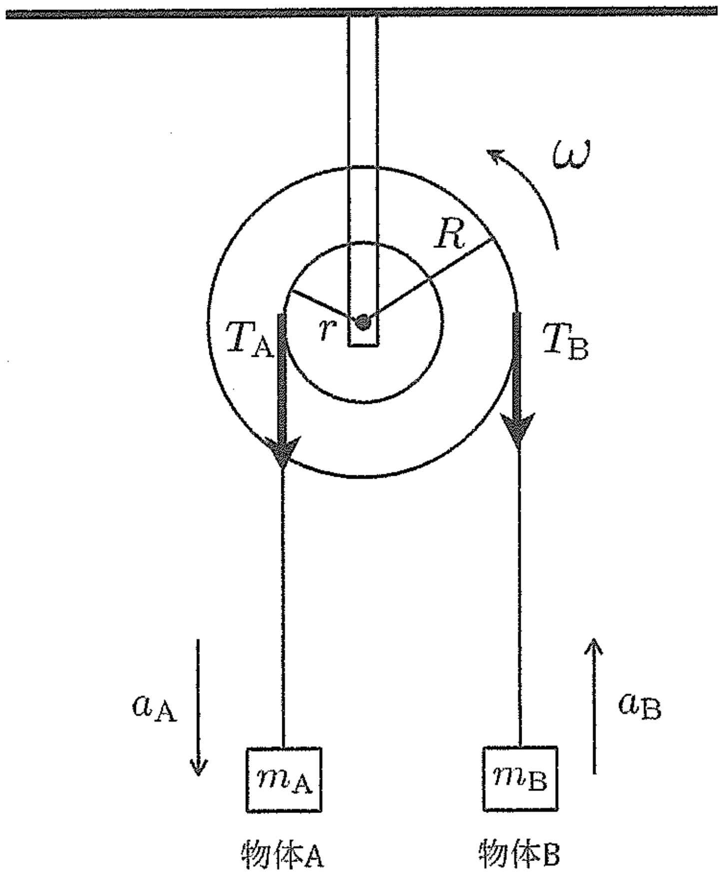
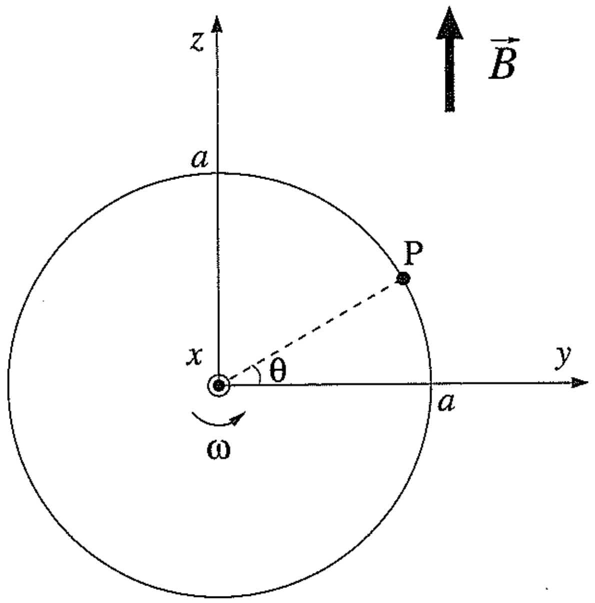


図2

問題 II

下図のように、z方向を向いた一様な磁束密度$\vec{B} = (0,0,B)$の中に、厚さtが十分に薄い金属板からできた半径aの円筒を、円筒の中心軸がx軸と重なるように置く。この金属板の電気伝導率をσとし、円筒はx軸に沿って無限に伸びているとする。下図は円筒上の点 P を含むx軸に垂直な面での断面図で、θは点 P のxy平面からのx軸まわりの回転角を表す。外力を加えてこの円筒をx軸のまわりに角速度$\vec{\omega} = (\omega, 0,0)$で回転させるとき、以下の問いに答えよ。



問 1．磁束密度$\vec{B}$を与えるベクトルポテンシャルを一つ挙げよ。

問 2．図中の点 P にある単位電荷に働くローレンツ力を求めよ。

問 3．前問のローレンツ力によって円筒に電流が流れる。そのとき点 P における単位断面積あたりの電流を求めよ。

問 4．磁束密度$\vec{B}$が点 P における単位断面積あたりの電流に及ぼす力を求めよ。

問 5．磁束密度$\vec{B}$が電流に力を及ぼすことによって単位長さあたりの円筒が受ける力のモーメントを求めよ。

問 6．外力のなす仕事率を求めよ。また、外力が与えたエネルギーがどのように消費されるか説明せよ。

問題 III

気体の準静的過程では、以下の式(1)が成り立つ。ここで p は圧力、V は体積、T は絶対温度、U は内部エネルギーである。

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p \qquad (1)$$

式(1)が成り立つことを以下の問１、問２の手順で示す。

問１．以下の (A)から(F)に当てはまる式を答えよ。

U の独立変数が(T,V)の場合、U の微小変化 dU は U の偏微分と微小変化(dT, dV)を用いて $dU = \boxed{\text{(A)}}\,dT + \boxed{\text{(B)}}\,dV$ となる。これに準静的過程における熱力学第一法則の式 $dU = TdS - pdV$ （S はエントロピー）を代入すると、

$$dS = \boxed{\text{(C)}}\,dT + \boxed{\text{(D)}}\,dV \qquad (2)$$

となる。一方、S の微小変化 dS は S の偏微分と微小変化(dT, dV)を用いて $dS = \boxed{\text{(E)}}\,dT + \boxed{\text{(F)}}\,dV$ と表され、式(2)と比べると $\boxed{\text{(E)}} = \boxed{\text{(C)}}$ ならびに $\boxed{\text{(F)}} = \boxed{\text{(D)}}$ となる。

問２．問１の $\boxed{\text{(E)}}$ （$= \boxed{\text{(C)}}$）と $\boxed{\text{(F)}}$ （$= \boxed{\text{(D)}}$）について、それぞれ V と T で偏微分を行うことにより、式(1)を導出せよ。

次に、以下の式(3)の Van der Waals の状態方程式

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \qquad (3)$$

に従う１モルの気体について、気体の体積を V_1 から V_2 ($<V_1$) まで等温準静的に変化させる過程を考える。ここで R は気体定数、a および b は正の定数である。以下の問いに答えよ。

問３．気体になされる仕事 W を V_1、V_2、R、T、a、b の中から必要なものを用いて表せ。

問４．気体のヘルムホルツ自由エネルギーの変化ΔF を V_1、V_2、R、T、a、b の中から必要なものを用いて表せ。

問５．気体のエントロピーの変化ΔSをV_1、V_2、R、T、a、bの中から必要なものを用いて表せ。必要ならば式(1)と問１の式(2)を利用せよ。

問６．この気体の発熱量QをV_1、V_2、R、T、a、bの中から必要なものを用いて表せ。

問７．この気体の内部エネルギーの変化ΔUをV_1、V_2、R、T、a、bの中から必要なものを用いて表せ。