

# 令和4年度応用理工学類編入学試験 学力検査問題

令和3年7月10日(土) 10:00~12:30

## 注意事項

- 1) この冊子には、数学1、数学2、物理学1、物理学2、化学1、化学2の計6題の問題がある。「物理学1、物理学2、化学1、化学2」の中から2題を選択し、数学1、数学2と合わせて計4題を解答すること。下記の表も参照すること。

問題	解答用紙の種類	解答用紙の枚数	備考
数学1	罫線あり	1枚	必須
数学2	罫線あり	1枚	
物理学1	罫線あり	1枚	この中から 2題選択
物理学2	罫線あり	1枚	
化学1	罫線あり	1枚	
化学2	罫線あり	1枚	

- 2) 解答用紙の所定欄に学群、学類、氏名、及び受験番号を記入すること。
- 3) すべての解答用紙の氏名欄の下の1行の欄に解答する問題名、すなわち、「数学1」、「数学2」、「物理学1」、「物理学2」、「化学1」、「化学2」のいずれかを明記すること。必要なら、解答用紙の裏も解答に用いてよい。
- 4) 机の上には「受験票」、「鉛筆」、「消しゴム」、「鉛筆削り」、「時計(計時機能だけのもの)」、「眼鏡」以外のものを置かないこと。

## 数学1 試験問題

- (1) 複素変数  $z$  の三角関数  $f(z) = \cos z$  に対し,  $z = x + iy$ ,  $f(z) = re^{i\theta}$  ( $i$  は虚数単位) とおくと, 以下の空欄 (a) にあてはまる  $y$  の関数を答えよ。

$$r^2 = \cos^2 x + \boxed{\text{(a)}}$$

- (2) 関係式  $F(x, y) = x^2 - 2xy + 9y^2 - 8 = 0$  をみたす関数  $y = f(x)$  について, 以下の問いに答えよ。

(a) 停留点 ( $f'(x) = 0$  となる点) をすべて求めよ。

(b) (a)で求めた各点において  $\frac{d^2y}{dx^2}$  を求めよ。

(c) (a), (b)の結果を用いて極値をすべて求めよ。

- (3) 定積分  $I_n = \int_0^\infty \frac{1}{(1+x^2)^n} dx$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) について, 以下の問いに答えよ。

(a)  $I_1$  を求めよ。

(b)  $I_n$  ( $n \geq 2$ ) を求めよ。

## 数学 2 試験問題

$xy$ 平面上における 2 次曲線  $C$

$$4x^2 - 2\sqrt{3}xy + 6y^2 = 21,$$

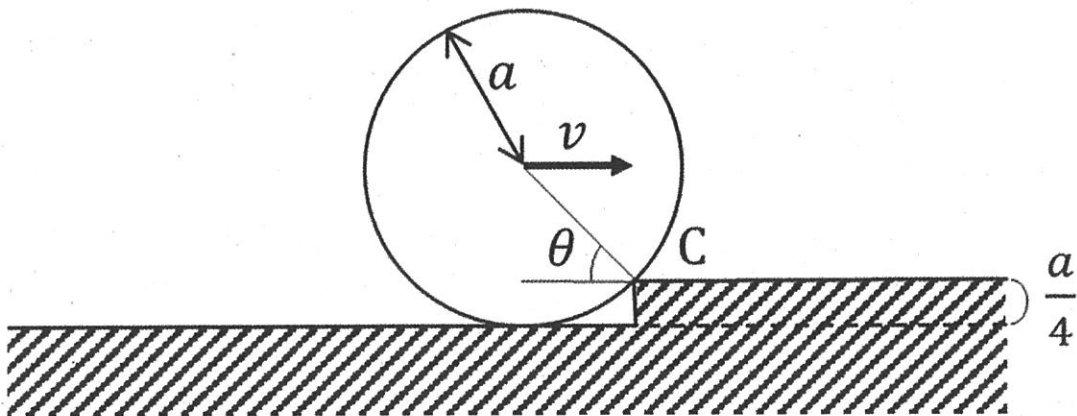
について考える。以下の問いに答えよ。

- (1)  $4x^2 - 2\sqrt{3}xy + 6y^2 = (x \ y)A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  を満たす対称行列  $A$  を求めよ。
- (2)  $A$  の固有値  $\lambda_1, \lambda_2$  を求めよ。ただし,  $\lambda_1 \leq \lambda_2$  とする。
- (3) (2) で求めた各固有値について, 正規化された固有ベクトルを求めよ。
- (4)  $A$  を  $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$  の形に対角化する直交行列  $P$ , およびその逆行列  $P^{-1}$  を求めよ。
- (5) 座標変換  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$  を行うとき, 2 次曲線  $C$  を,  $x', y'$  を用いて表せ。
- (6)  $x'$  軸および  $y'$  軸を, それぞれ  $x, y$  を用いた直線の式で表せ。
- (7) 2 次曲線  $C$  の概形を  $xy$  平面上に描け。ただし, 図中には  $x'$  軸と  $y'$  軸を明記すること。

## 物理学 1 試験問題

下図のような平面内で、半径 $a$ 、質量 $M$ の円板が、粗い水平な床の上を滑らずに転がって、鉛直上向きに $a/4$ 高くなっている段差の先端の点 $C$ に接触する。円板は点 $C$ で段差に接触してから段差を上がり切る間、点 $C$ から離れたり、滑ったりしないものとする。円板の密度は一様として、円板の中心軸まわりの慣性モーメントを $I_0$ 、円板の点 $C$ を通る回転軸まわりの慣性モーメントを $I$ とする。点 $C$ と接触する直前の円板の中心の水平方向の速度を $v$ とする。円板が段差を上がる間、円板の中心と点 $C$ を結ぶ直線が水平面となす角度を $\theta$ 、重力加速度を $g$ として以下の問いに答えよ。

- (1) 円板の中心軸まわりの慣性モーメント $I_0$ を、円板の質量 $M$ 、半径 $a$ を用いて表せ。
- (2) 円板が段差を上がる間の、円板の点 $C$ を通る回転軸まわりの慣性モーメント $I$ を、円板の質量 $M$ 、半径 $a$ を用いて表せ。
- (3) 円板が段差を上がる間の、円板の点 $C$ を通る回転軸まわりの回転に関する運動方程式を示せ。
- (4) 円板が段差を上がりきるために必要な速度 $v$ の条件を、円板の半径 $a$ と重力加速度 $g$ を用いて表せ。



## 物理学 2 試験問題

図 1 のように無限に広い  $xy$  平面 ( $z = 0$ ) を境界として誘電体 1 (誘電率  $\epsilon_1$ ) と誘電体 2 (誘電率  $\epsilon_2$ ) が接している。 $z$  軸上の点 A ( $z = d$ ) に点電荷  $q$  がある。このとき、点電荷  $q$  のつくる電場により誘電体界面に分極電荷が現れる。系全体の電場は、点電荷  $q$  と分極電荷のつくる電場の重ね合わせになる。系全体の電場を、鏡像法を用いて考える。以下の問いに答えよ。

まず、誘電体 1 あるいは 2 のみで全空間が満たされている場合を考える。

- (1)  $z > 0$  の領域の電場は、点 A ( $0, 0, d$ ) にある点電荷  $q$  と点 B ( $0, 0, -d$ ) にある点電荷  $q'$  の 2 つの点電荷が作るものと仮定する。このとき、鏡像法の考え方に従い、図 2 のように全空間が誘電体 1 で一様に満たされているものとして計算する。 $xy$  平面上に生じる電場の  $x, y, z$  成分 (それぞれ、 $E_{1x}(x, y, 0)$ ,  $E_{1y}(x, y, 0)$ ,  $E_{1z}(x, y, 0)$  とする) を求めよ。
- (2)  $z < 0$  の領域の電場は、点 A ( $0, 0, d$ ) にある点電荷  $q''$  が作るものと仮定する。ここでは図 3 のように全空間が誘電体 2 で一様に満たされているものとして計算する。 $xy$  平面上に生じる電場の  $x, y, z$  成分 (それぞれ、 $E_{2x}(x, y, 0)$ ,  $E_{2y}(x, y, 0)$ ,  $E_{2z}(x, y, 0)$  とする) を求めよ。

次に、図 1 のように  $xy$  平面で誘電体 1 と誘電体 2 が接している場合を考える。

- (3) 界面における電場の接線成分 ( $x$  成分) に関する境界条件を、 $E_{1x}(x, y, 0)$  および  $E_{2x}(x, y, 0)$  を用いて表わせ。
- (4) 界面における電場の垂直成分 ( $z$  成分) に関する境界条件を、 $E_{1z}(x, y, 0)$  および  $E_{2z}(x, y, 0)$  を用いて表わせ。
- (5) (3) と (4) で得られた境界条件を連立方程式として解き、点電荷  $q'$  および  $q''$  を  $\epsilon_1, \epsilon_2, q$  を用いて表わせ。
- (6)  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  とする。 $E_{1z}(x, y, 0)$  と  $E_{2z}(x, y, 0)$  の大きさの大小関係を答えよ。また、この系の電気力線を模式的に正しく表しているのは、図 4(a) と図 4(b) のどちらであるかを示せ。

(次ページへ続く)

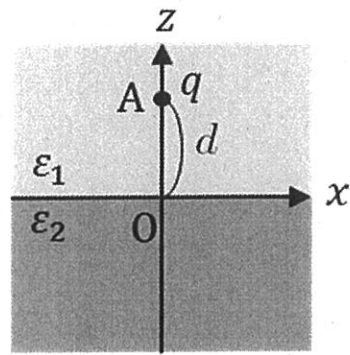


图1

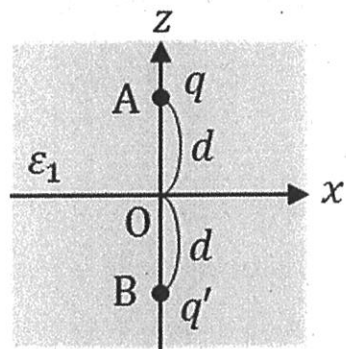


图2

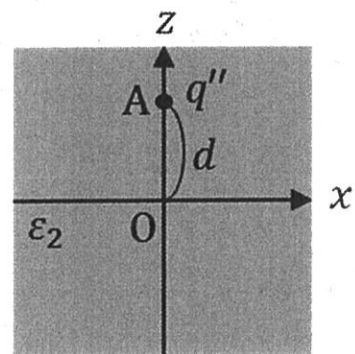


图3

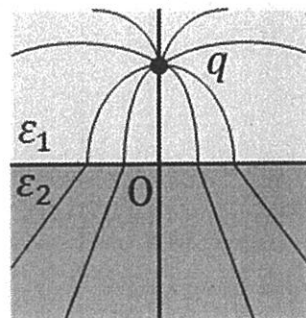


图4(a)

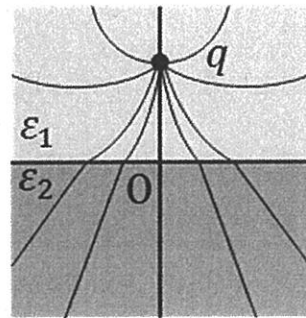


图4(b)

## 化学 1 試験問題

1. 298 K の標準状態における次の反応について考える。



次の(1)～(4)に答えよ。

- (1) この反応は発熱的か吸熱的か述べよ。
  - (2)  $\text{H}_2(\text{g})$ ,  $\text{O}_2(\text{g})$ ,  $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$  の 298 K における標準エントロピー $S^\circ$  がそれぞれ  $130.7 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ ,  $205.1 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ ,  $69.9 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$  であるとき, 298 K における標準反応エントロピー $\Delta_r S^\circ$  を有効数字 3 桁で求めよ。
  - (3) 298 K における標準反応ギブズエネルギー $\Delta_r G^\circ$  を有効数字 3 桁で求めよ。
  - (4) この反応は自発的か自発的でないか, 判断した根拠とともに述べよ。
2. アセチルコリンエステラーゼはアセチルコリンを分解する酵素であり, 1 分子を分解するのに  $6.25 \times 10^{-5} \text{ s}$  を要する。 $1.00 \times 10^{-12} \text{ mol}$  のアセチルコリンを,  $1.00 \times 10^{-3} \text{ s}$  で 90% 分解するのに必要最少な酵素の数を, 有効数字 2 桁で求めよ。ただし, アボガドロ数は  $6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  とし, 反応速度は反応物の濃度に依らず一定とする。また, 反応前後で温度は一定とする。

(次ページに続く)

3. 反応物 A が生成物 P に変化する化学反応で、A の濃度[A]が反応時間  $t$  とともに次のように変化した。

反応時間 $t/s$	0	1000	2000	3000	4000
[A]	10.0	7.05	4.97	3.51	2.47
$\ln([A]/[A]_0)$	0	-0.350	-0.700	-1.05	-1.40

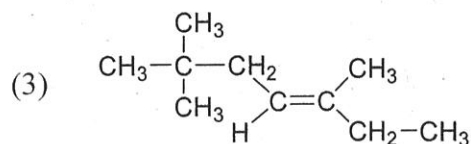
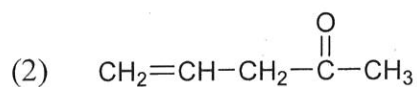
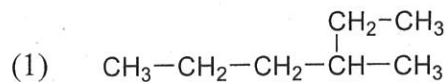
ただし  $[A]_0$  は A の初濃度である。この反応について、次の(1)~(4)に答えよ。

- (1) 反応次数を理由とともに答えよ。
- (2) 反応速度定数  $k$  を有効数字 3 桁で求めよ。
- (3) A の半減期を有効数字 3 桁で求めよ。必要ならば  $\ln 2 = 0.693$  を用いよ。
- (4) P の初濃度  $[P]_0 = 0$  のとき、P の濃度  $[P]$  を  $[A]_0$ ,  $k$ ,  $t$  で表せ。



## 化学2 試験問題

1. 以下の化合物の IUPAC 名を答えよ。



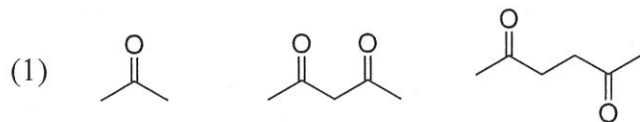
2. 分子式  $\text{C}_3\text{H}_8\text{O}$  で表される化合物について以下の問いに答えよ。

- (1) 沸点が最も高い化合物の構造式を書け。
- (2) 酸触媒による脱水反応が最も速く進行する化合物の構造式を書け。

3. 5-メチル-1,4-ヘキサジエンについて以下の問いに答えよ。

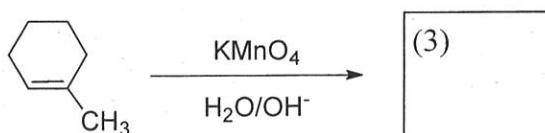
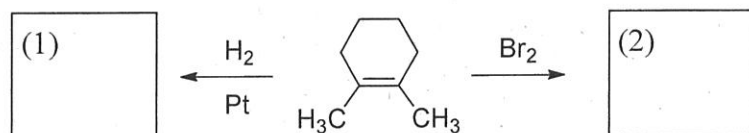
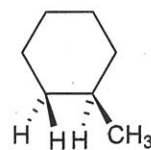
- (1) この化合物の構造式を書け。
- (2) この化合物に臭化水素を付加して得られる  $\text{C}_7\text{H}_{13}\text{Br}$  で表される化合物のうち、生成量が最も多い化合物の構造式を書け。
- (3) 5-メチル-1,4-ヘキサジエンのオゾン分解によって生成するケトンの構造式を書け。

4. 以下の(1)および(2)のそれぞれの化合物群から、酸性度が最も高いものを選びその構造式を書け。



(次ページに続く)

5. 以下の反応の主生成物(1)から(3)の構造式を書け。ただし右の例に示すように立体構造が明確になるように記述すること。エナンチオマーが生成する場合には一方のみ書けば良い。



6. 以下の反応の主生成物(1)から(8)の構造式を書け。

