

令和6年度

理工学群物理学類
私費外国人留学生入試

小論文
試験問題

注意事項

- ① 問題1および問題2は別々の解答用紙に日本語で解答すること。下書き用紙は採点しません。
- ② 試験時間は90分です。

問題 1

図1のように、右端が壁に固定された水平で十分に長い直線状のレールがある。このレール上で、左側より右に向かって一定の速さ v_0 で進む質量 m の小球 A が、静止している質量 M の小球 B に左側から衝突する。小球 B と右端の壁との衝突は弾性衝突とし、小球 A と小球 B との間の反発係数を e とする。ここで、小球はつねにレール上を運動する。また、空気の影響およびすべての摩擦は無視できるとする。レールに沿った方向の右向きを運動の正の向きとして、以下の問に答えよ。

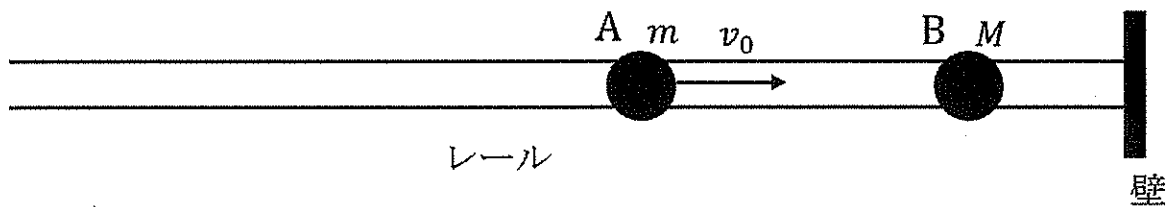


図 1

問 1. 一回目の衝突直後の小球 A、B の速度をそれぞれ v 、 V とする時、この衝突の際の運動量保存の式を書け。

問 2. 速度 v と V を v_0 、 e 、 m 、 M のうち必要なものを使って表せ。

次に、小球 A と小球 B の衝突が弾性衝突($e = 1$)で、小球 B の質量が小球 A の質量の r 倍の場合を考える。

問 3. 一回目の衝突の後に小球 A は左側に進む場合、 r が満たす条件を求めよ。

問 4. 一回目の衝突の後に小球 A は左側に進み、小球 B は右端ではねかえって小球 A を追いかけるが、二回目の衝突は起こらない場合、 r が満たす条件を求めよ。

次にこのレールの一部を切り取り、水平面上で切り取ったレールの両端をなめらかに
つなげて図2のような円形にした。円の直径は小球よりも十分に大きく、小球はつね
にレール上を運動する。以下では、小球Aと小球Bの質量が等しく、 $0 < e < 1$ の場合
の小球Aと小球Bの衝突を考える。レールに沿った方向で図2の矢印の向きを運動の
正の向きとして、以下の間に答えよ。

問5. はじめに、小球Aが速度 v_0 で、静止している小球Bに衝突した直後の小球Aの
速度 v_1 と小球Bの速度 V_1 を v_0 、 e を使って表せ。

問6. 問5ののち、小球Aと小球Bはレール上で衝突を繰り返す。 n 回目の衝突直前
の小球Aの速度を v_{n-1} 、小球Bの速度を V_{n-1} 、 n 回目の衝突直後の小球Aの速度を
 v_n 、小球Bの速度を V_n と表すとき、運動量の保存から v_{n-1} 、 V_{n-1} 、 v_n 、 V_n の間に成り
立つ関係を表せ。

問7. $v_n + V_n$ を v_0 、 e 、 n のうち必要なものを使って表せ。

問8. $v_n - V_n$ を v_0 、 e 、 n のうち必要なものを使って表せ。

問9. v_n と V_n を v_0 、 e 、 n のうち必要なものを使ってそれぞれ表せ。

問10. 衝突を何度も繰り返していくと、小球Aと小球Bの速度は一定の値に近づく。
その値を v_0 、 e のうち必要なものを使ってそれぞれ表せ。

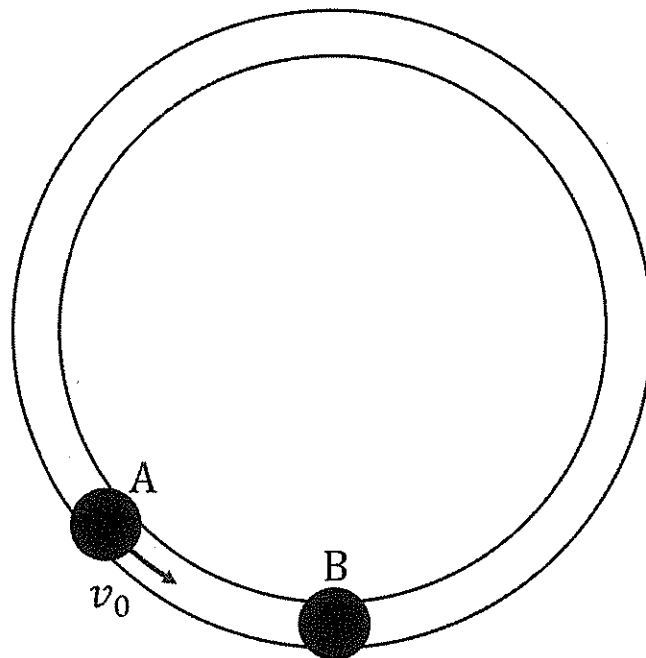


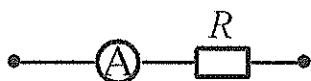
図2

問題 2

(A) 内部抵抗 r を持ち、最大電流 I_M まで測ることができる電流計Ⓐ、最大電圧 V_M まで測ることができる電圧計Ⓥがある。それぞれに適切な大きさの抵抗 R を接続して、 I_M の n 倍 ($n > 1$) の電流まで測ることのできる電流計、 V_M の n 倍 ($n > 1$) の電圧まで測ることのできる電圧計を作ること考える。

問 1. 電流計Ⓐ、電圧計Ⓥへの抵抗 R の接続のしかたはそれぞれどれか。

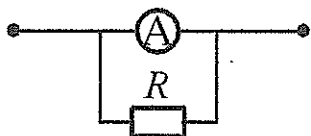
(ア)



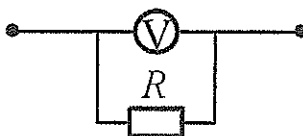
(イ)



(ウ)



(エ)



問 2. 電流計Ⓐ、電圧計Ⓥに接続する抵抗 R の値をそれぞれ求めよ。

(B) 図 1 のように、長さ L の一様な抵抗を持つ抵抗線の両端の点 A、B の間に内部抵抗のない直流電源 E をつなぎ、内部抵抗 r を持つ電池 E_0 と検流計Ⓢを点 A と抵抗線上の点 P の間につないだところ、検流計に電流が流れなかった。

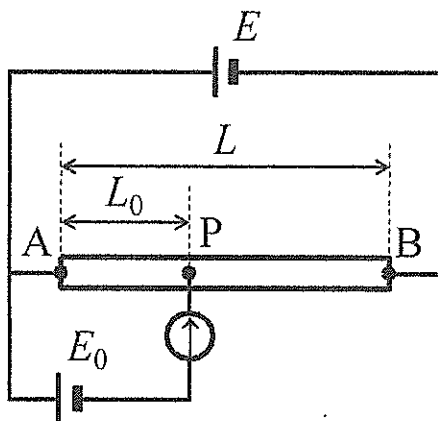


図 1

問 3. AP の長さを L_0 としたとき、電池の起電力 E_0 を求めよ。

(C) 図2のように、抵抗 R 、自己インダクタンス L のコイル、電気容量 C のコンデンサーを直列に接続し、内部抵抗の無視できる角周波数 ω の交流電源につなぐ。

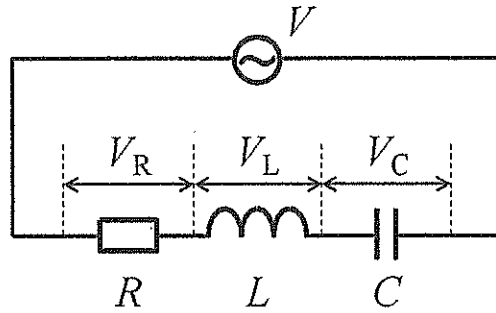


図2

問4. 時刻 t に回路を流れる電流を $I = I_0 \sin \omega t$ としたとき、抵抗にかかる電圧 V_R 、コイルにかかる電圧 V_L 、コンデンサーにかかる電圧 V_C を求めよ。

また次の三角関数の公式を用いて、この回路全体のインピーダンスを求めよ。

$$A \sin \theta + B \cos \theta = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\theta + \alpha) \quad \text{ただし} \quad \tan \alpha = B/A$$

問5. 交流電源の最大電圧が一定の場合、回路を流れる電流の実効値が最大となる角周波数を求めよ。

(D) 図3のように磁束密度の大きさが B の一様な磁場中で、面積 S の1回巻きのコイルを一定の角速度 ω で回転させる。 $t = 0$ でコイル面と磁場は直交しており、コイルの端点 P 、 Q は回転軸に対してそれぞれ奥側、手前側にある。

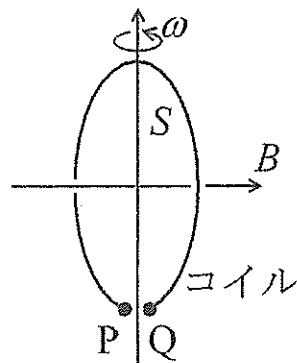


図3

問6. PQ 間に発生する起電力 E （点 Q に対する点 P の電位）を求めよ。ただしコイルを形成する導線の太さの影響は無視する。

- (E) 図4のように、断面積 S 、透磁率 μ の円筒形の鉄心のまわりに、巻き数がそれぞれ N_1 、 N_2 になるよう導線を長さ ℓ の範囲に均等に巻いた。それぞれをコイル1、コイル2とする。コイル1には抵抗 R 、内部抵抗の無視できる直流電源 E 、スイッチが接続されている。スイッチを入れるとコイル1を流れる電流が時間 Δt の間に ΔI_1 だけ変化した。次の問いに答えよ。ただし、導線の抵抗は無視できるほど小さいとする。また、鉄心には電流は流れず、コイル1、コイル2を貫く磁束はつねに等しいとする。

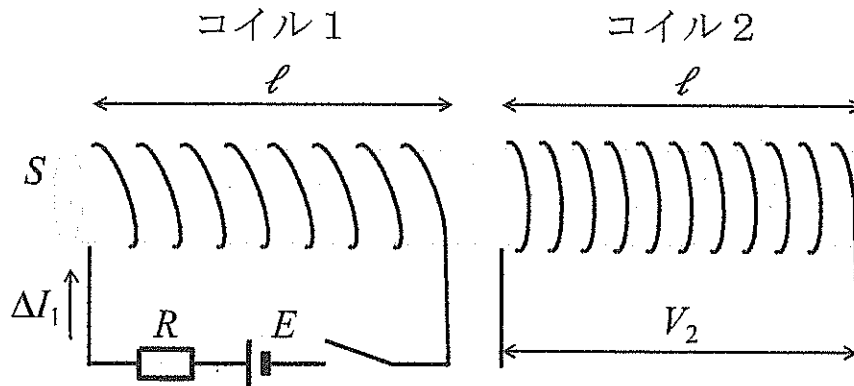


図4

- 問7. 鉄心内の磁束の変化 $\Delta\Phi$ およびコイル1の自己インダクタンス L_1 を S 、 μ 、 N_1 、 N_2 、 R 、 E 、 Δt 、 ΔI_1 、 ℓ のうち必要なものを用いて表せ。
- 問8. コイル2に生じた誘導起電力 V_2 およびコイル1、2の間の相互インダクタンス M を S 、 μ 、 N_1 、 N_2 、 R 、 E 、 Δt 、 ΔI_1 、 ℓ のうち必要なものを用いて表せ。
- 問9. コイル1、2の間の相互インダクタンス M をコイル1、コイル2の自己インダクタンス L_1 、 L_2 を用いて表せ。

空白ページ

