

令和6年度

理工学群 数学類
推薦入試

小論文
試験問題

注意事項

- ① 試験時間は120分です。全部で3問あり、すべてに解答してください。
- ② 問題ごとに解答用紙1枚ずつを使用し、各解答用紙の左上に問題の番号を明記してください。
- ③ 解答が書ききれない場合は、「裏へ」と明記した上で、その解答用紙の裏面に続けて書いてください。ただし、上部は5, 6 cm程あけてください(採点時には隠れてしまいます)。

問題 I

- (1) 123 以上 789 以下の整数であって、6 の倍数であるが、4 の倍数でないものの個数を求めよ.
- (2) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 \theta d\theta$ を求めよ.
- (3) $a_1 = 1, a_2 = 3, a_n = a_{n-1} + a_{n-2} (n \geq 3)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

問題 II $\triangle ABC$ は $\angle BCA$ が直角で $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}| = 1$ を満たすとする. $0 < t < 1$ とし、辺 BC を $t : (1-t)$ に内分する点を D とする. B を通り AC と平行な直線と、直線 AD の交点を E とする. また、 E を通り直線 AE と直交する直線と、直線 AB の交点を F とする.

- (1) \overrightarrow{AE} を $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ および t を用いて表せ.
- (2) $|\overrightarrow{AF}|$ を t を用いて表せ.
- (3) $\triangle BFE$ の面積を t を用いて表せ.

問題 III 実数 a は $0 < a < 4$ を満たすとし、 $f(x) = |x^2 - a| + 1$ とおく. xy 平面上の 2 点 $(0, 1+a), (2, 0)$ を通る直線の方程式を $y = g(x)$ とする. $h = \int_0^2 |f(x) - g(x)| dx$ とおく.

- (1) $\int_0^2 f(x) dx$ を a を用いて表せ.
- (2) h を a を用いて表せ.
- (3) a が $0 < a < 4$ の範囲を動くとき、 h の最小値とそれを与える a の値を求めよ.