令和７年度学群編入学試験

理工学群物理学類

学　力　検　査
（専門科目）
問　題　冊　子

注意事項

① 問題Ⅰ～Ⅲのすべてに解答すること。

② 解答用紙は各問題に対して１枚使用し、それぞれの解答用紙には「問題Ⅰ」のように問題番号を明記すること。

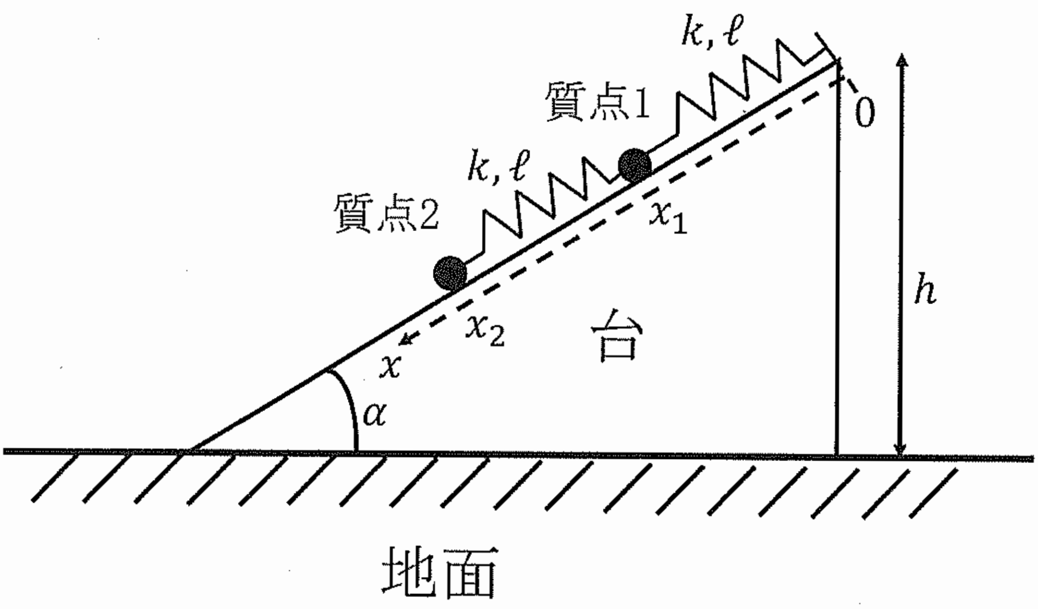
③ 解答が書ききれない場合には、「裏へ」と明記して、その解答用紙の裏面に続けて書くこと。

④ 下書き用紙は採点しない。

⑤ 試験時間は 120 分です。

問題 I

下図のように、質量mの二つの質点 1, 2 が、二つのバネで台の上端からつながれ、斜面と平行方向に運動している。二つのバネは共に自然長ℓ、バネ定数kであり、質量は無視できる。斜面の角度は水平からαであり、台と質点の間に摩擦は無いものとする。台は水平な地面に置かれて動かないものとし、台の大きさはバネの長さに比べて十分に大きいとする。地面から台の上端までの高さをhとする。台の上端を原点とし、斜面と平行に地面に向かう向きにx軸をとり、質点 1, 2 の座標をそれぞれx_1, x_2とする。重力加速度をgとして、以下の問に答えよ。



問1. 質点 1 が台から受ける垂直抗力の大きさを求めよ。

問2. 質点 1, 2 の重力による位置エネルギーの総和をV_Gとする。V_Gを $m, \ell, k, \alpha, h, x_1, x_2, g$ の中から必要なものを用いて表せ。ただし基準面を地面とする。

問3. 二つのバネの弾性エネルギーの総和をV_Eとする。V_Eを $m, \ell, k, \alpha, h, x_1, x_2, g$の中から必要なものを用いて表せ。

問4. 質点 1, 2 のつり合いの位置x_1^0, x_2^0を求めよ。

$x_1 = x_1^0 + u_0, x_2 = x_2^0$となるように質点 1, 2 を手で固定し、時刻$t = 0$で静かに手を離した。$u_0$は$\ell$ よりも十分に小さいとする。以下では時刻t における質点 1, 2 の位置をそれぞれ$x_1(t) = x_1^0 + u_1(t)$, $x_2(t) = x_2^0 + u_2(t)$として以下の問に答えよ。

問5. 運動方程式を、 $m\frac{d^2}{dt^2}\begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} = M\begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix}$と書いたとき、行列$M$を$m, \ell, k, \alpha, h, g$ の中から必要なものを用いて表せ。

問6. 行列Mの固有値を求めることにより、二つの基準振動の角振動数ω_1, ω_2 $(0 < \omega_1 < \omega_2)$を求めよ。

問7. 角振動数ω_1, ω_2の基準振動に対応するMの固有ベクトル$\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}$を求めよ。ただし固有ベクトルは規格化されていなくても良い。

問8. 初期条件$\begin{pmatrix} u_1(0) \\ u_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \frac{du_1}{dt}\big|_{t=0} \\ \frac{du_2}{dt}\big|_{t=0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$を満たす$u_1(t), u_2(t)$を、$\omega_1, \omega_2, u_0, t$を用いて表せ。ただし運動方程式の一般解は係数$A_1, A_2, B_1, B_2$を用いて$\begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} = (A_1 \cos\omega_1 t + B_1 \sin\omega_1 t)\overrightarrow{v_1} + (A_2 \cos\omega_2 t + B_2 \sin\omega_2 t)\overrightarrow{v_2}$ と表されることを用いて良い。

問題 II

図 1 に示す様に、半径 a の無限に長い円柱状の導線を一様な電流 I が流れている。導線の中心軸からの距離を r とする。

問 1．導線の外側（$r \geq a$）における磁界の強さ H を求めよ。

問 2．導線の内側（$r < a$）における磁界の強さ H を求めよ。

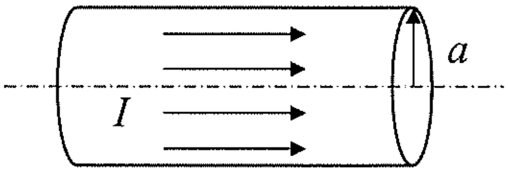


図 1

次に、図 2 に示すように、太さの無視できる有限の長さの直線状の導線 AB に A から B の向きに電流 I が流れている場合を考える。原点 O より X 軸正の向きに距離 x 離れた点を Q、Y 軸正の向きに距離 R 離れた点を P とする。点 Q と点 P の距離は r である。PQ、PA、PB と X 軸とのなす角は θ、θ_1、θ_2 である。

問 3．点 Q にある長さ dx の微小線素を流れる電流が、点 P につくる磁界の強さ dH を I、R、θ、dx を用いて記述せよ。また、その向きを答えよ。

問 4．導線 AB を流れる電流 I が点 P につくる磁界の強さ H を I、R、θ_1、θ_2 を用いて記述せよ。また、直線状の導線 AB が十分長い場合の H を求めよ。

問 5．半径 a の円に内接する正 n 角形の太さの無視できる導線でできた回路に電流 I が流れている時、その中心に生じる磁界の大きさ H を求めよ。

問 6．問 5 において、$n \to \infty$ の極限での半径 a の円の中心に生じる磁界の大きさ H を求めよ。

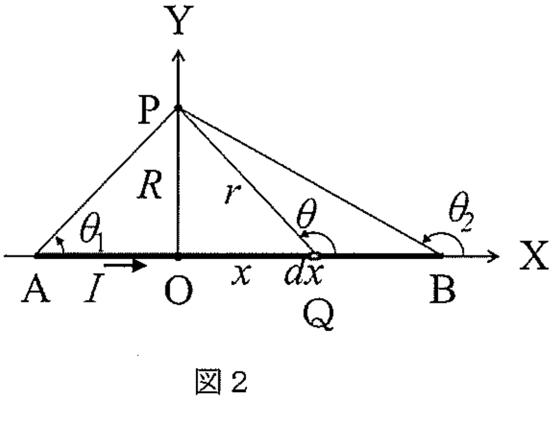


図 2

問題 III

１モルの理想気体が体積 V、圧力 p、絶対温度 T の状態にあるとき状態方程式 $pV=RT$ が成立する。R は気体定数である。なお、気体の内部エネルギー U を $U=CT$ とする。C（＞０）は定数である。

まず、この気体に熱量 ΔQ（＞０）を加える。圧力を p で一定に保ち熱を加えた場合には温度は ΔT_p 上昇した。また、体積を V で一定に保ち熱を加えた場合には温度が ΔT_V 上昇した。C_V と C_p を、それぞれ、定積比熱と定圧比熱とする。以下の問いに答えよ。

問１．$C_V=C$ を示せ。

問２．ΔT_p と ΔT_V とでは、どちらが小さいか。また、その理由を述べよ。

問３．等圧条件下で気体がした仕事を、ΔT_p、T、V、R、C から必要な文字を用いて表せ。

問４．熱力学第一法則を用いて、$C_p - C_V = R$ を示せ。

次に、気体の体積を断熱的に ΔV（＞０）増加させた。すると、気体の温度は ΔT 変化した。以下の問いに答えよ。

問５．ΔT は正か負か。また、その理由を述べよ。

問６．$\dfrac{\Delta T}{\Delta V}$ を T、V、R、C を用いて表せ。

問７．問６において、ΔV と ΔT が十分小さいする。得られる微分方程式を解き、$TV^{\gamma-1}$＝一定であることを示せ。ただし、比熱比 γ は $\dfrac{C_p}{C_V}$ である。