

令和7年度 外国学校経験者特別入試

小論文問題

(120 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は、この表紙を含めて5ページあります。
3. 解答用紙と下書き用紙の定められた欄に、「学群・学類」、「氏名」、「受験番号」を記入してください。
4. 問題は3問、解答用紙は3枚あります。各問題の解答は、それぞれ1枚の解答用紙に記入してください。裏面を使用しても構いません。
5. 解答用紙の上部の 内には、問題番号を明記してください。

問題 1

以下の問いに答えよ。

- (1) 放物線 $y = x^2 - 1$ と直線 $y = -x + k$ が共有点を持つような実数 k の値の範囲を求めよ。

- (2) x, y が次の連立不等式を満たすとき, $x + y$ の最大値, 最小値と, それらを与える x, y の値をそれぞれ求めよ。

$$\begin{cases} -x^2 + y \geq -1 \\ -x + y \leq 1 \end{cases}$$

- (3) x, y が (2) の連立不等式を満たすとき, $x^2 - 6x + y$ の最大値, 最小値と, それらを与える x, y の値をそれぞれ求めよ。

- (4) (2) で定義される領域を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

問題 2

問 1 底面が一边 a ($a > 0$) の正方形であり, 高さが $\frac{8}{8+a^2}$ であるような直方体がある。この直方体の表面積 $S(a)$ および体積 $V(a)$ をつかって, 関数 $f(a)$ を $f(a) = \frac{V(a)}{S(a)}$ と定める。以下の問いに答えよ。

- (1) 極限值 $\lim_{a \rightarrow +0} f(a)$ および $\lim_{a \rightarrow \infty} f(a)$ を求めよ。
- (2) $a \geq 1$ の範囲について関数 $f(a)$ の増減表を書き, この範囲における $f(a)$ の最大値および最大値を与える a の値を求めよ。

問 2 xy 平面上の曲線 C が, 媒介変数 t ($t > 0$) を用いて

$$\begin{cases} x = e^{t^2} \\ y = \frac{e^{-t^2}}{t} \end{cases}$$

で表されているとき, 以下の問いに答えよ。ただし, e は自然対数の底を表す。

- (1) 曲線 C 上の x 座標が e である点における, 曲線 C の接線の方程式を求めよ。
- (2) 曲線 C と, x 軸, 直線 $x = e$ および直線 $x = e^4$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

問題 3

図 1 のように、水平でなめらかな床の上に斜面 AB と水平面 CD をもつ質量 M の台車がある。斜面 AB と水平面のなす角は θ であり、斜面 AB と水平面 CD はなめらかにつながっている。この台車の斜面上に、大きさの無視できる質量 m の小物体を載せ、台車を床に対して水平左向きに一定の加速度で運動させたところ、小物体は斜面上の点 E で静止していた。斜面上の点 E は、水平面 CD からの高さが H であり、台車端の点 D からの水平距離が L である。重力加速度の大きさを g とし、小物体と台車、および台車と床の間に摩擦はなく、空気抵抗は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。

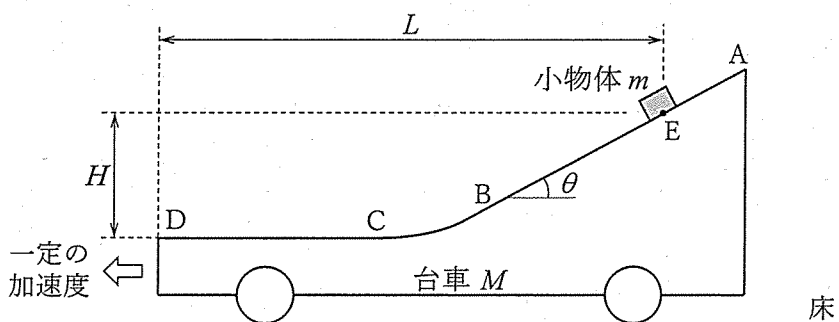


図 1

- (1) 台車の床に対する加速度を M , m , g , θ の中から必要なものを用いて表せ。
- (2) 小物体が斜面から受ける垂直抗力の大きさを M , m , g , θ の中から必要なものを用いて表せ。

次に、小物体を一旦取り去り、台車を静止させた後、小物体を斜面上の点 E に静かに置いた。すると、小物体が斜面に沿ってすべり始めると同時に、台車が右向きに動き出した。このとき、図 2 のように、台車の床に対する水平右向きの加速度を α 、小物体の台車に対する斜面に沿って下向きの加速度を β 、小物体が斜面から受ける垂直抗力の大きさを N とする。

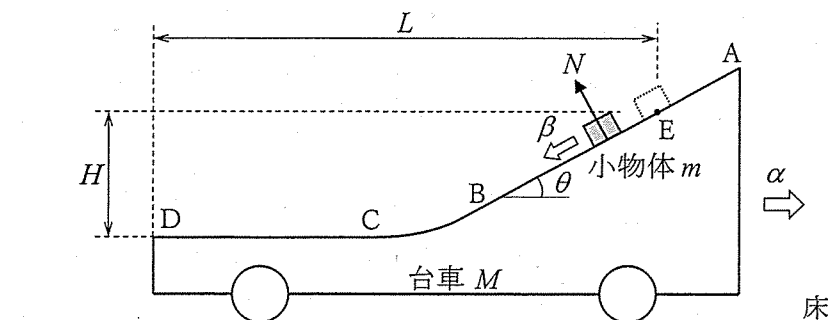


図 2

- (3) 台車の床に対する水平方向の運動方程式を M, N, α, θ を用いて表せ。
- (4) 小物体の台車に対する斜面に沿う方向の運動方程式を $M, m, N, \alpha, \beta, g, \theta$ の中から必要なものを用いて表せ。
- (5) 垂直抗力の大きさ N を m, α, g, θ を用いて表せ。
- (6) 加速度の比 $\frac{\alpha}{\beta}$ を M, m, θ を用いて表せ。

その後、図3のように、小物体は台車上をすべり、水平面 CD 上で等速直線運動をした。

- (7) 小物体が台車端の点 D に達したとき、床に対する小物体の速さを M, m, g, θ, H, L の中から必要なものを用いて表せ。
- (8) 小物体が斜面に沿ってすべり始めてから台車端の点 D に達するまでの間、台車と小物体からなる物体系の重心は静止している。小物体が台車端の点 D に達したとき、台車の動いた距離を M, m, g, θ, H, L の中から必要なものを用いて表せ。

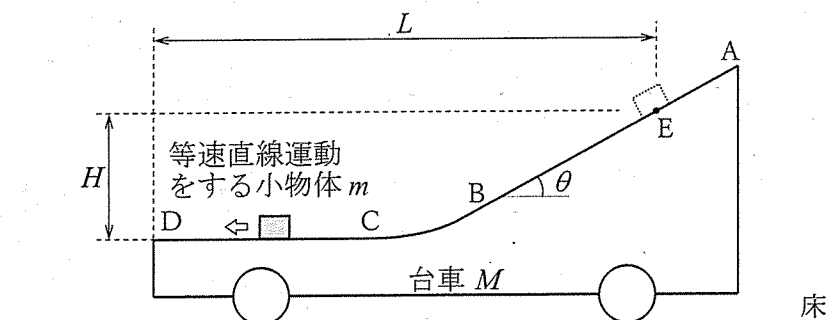


図3