

令和 7 年度

理工学群物理学類
外国学校経験者特別入試

小 論 文
試 験 問 題

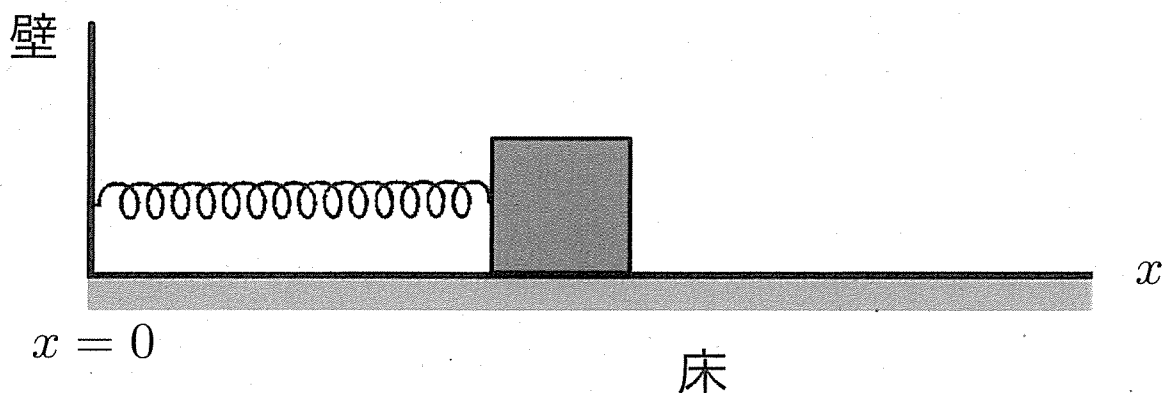
注意事項

- ① 試験時間は90分です。
- ② 問題Ⅰ、Ⅱのすべてに解答せよ。
- ③ 解答用紙は各問題に対して1枚使用し、それぞれの解答用紙には「問題Ⅰ」のように問題番号を明記すること。
- ④ 解答を書ききれない場合は、「裏へ」と明記してその解答用紙の裏面に続けて書くこと。
- ⑤ 下書き用紙は採点しない。

問題 I

図の様に、質量 m の物体が、水平なバネによって壁とつながれている。物体は水平な床の上を運動する。バネは自然長 l をもち、そのバネ定数は k である。物体には鉛直下向きに重力がはたらいており、重力加速度の大きさを g とする。物体と床の間には摩擦があり、静止摩擦係数が μ 、動摩擦係数が μ' であり、 $\mu > \mu'$ を満たす。物体は十分小さく、物体の回転運動、物体への空気抵抗、およびバネの質量は無視できるものとする。

以下では、図の様に原点を壁の位置にとり、床に沿って右向きに x 軸をとることにする。バネの自然長 l は十分に長く、物体は壁に衝突せずに $x > 0$ の領域しか運動しないものとする。また、力、加速度の向きは図の右向きを正にとる。以下の問に答えよ。



問1. 物体をある位置で静かに放したところ、その位置が $x'_0 \leq x \leq x_0$ の範囲にある場合、物体は床を滑らず、静止したままだった。 x'_0 と x_0 を求めよ。

時刻 $t = 0$ に物体を位置 x_1 で静かに放した。ここで、 $x_1 > x_0$ とする。

x_0 は問1で求めたものである。このとき、物体は左向きに動き出した。

以下、時刻 $t > 0$ での物体の運動について考えよう。

問2. 左向きに運動している物体の位置を x 、加速度を a とし、運動方程式を以下の形で書いたとする。

$$ma = -k(x - d)$$

ここで、 d は定数である。この運動方程式は、摩擦がない場合の、自然長 d のバネによる運動方程式と同じ形をしている。 d を求めよ。

問3. 物体は左向きに動き、その後、時刻 t_2 で速度が0になった。このときの物体の位置を x_2 とする。時刻 t_2 と位置 x_2 を求めよ。

問4. 時刻 $t=0$ で物体の位置が x_1 のときにバネに蓄えられているエネルギーを U_1 とする。また、問3で定義した時刻 t_2 で物体の位置が x_2 のときにバネに蓄えられているエネルギーを U_2 とする。エネルギー差 $U_1 - U_2$ が摩擦により失われたエネルギーと等しいことを示せ。

前問に引き続き、時刻 $t > t_2$ での物体の運動について考えよう。
時刻 t_2 で物体の位置が x_2 のとき物体の速度が0になったが、その後、物体が右向きに動き出した。

問5. 物体が右向きに動き出す x_1 の条件を $x_1 - x_0 > A$ と書いたとする。 A を求めよ。

問6. 右向きに運動している物体の位置を x 、加速度を a とし、運動方程式を以下の形で書いたとする。

$$ma = -k(x - b)$$

ここで、 b は定数である。 b を求めよ。

問7. 物体は右向きに動き、その後、時刻 t_3 で物体の速度が0になった。このときの物体の位置を x_3 とする。時刻 t_3 と位置 x_3 を求めよ。

前問に引き続き、時刻 $t > t_3$ での物体の運動について考えよう。
時刻 t_3 で物体の位置が x_3 のとき物体の速度が0になったが、その後、物体は静止して動かなかった。

問8. 物体が静止して動かなくなる x_1 の条件を $A < x_1 - x_0 \leq B$ と書いたとする。 A は問5で求めたものである。このとき B を求めよ。

問9. 時刻 $t=0$ で物体の位置が x_1 のときにバネに蓄えられているエネルギーを U_1 とする。また、時刻 t_3 で物体の位置が x_3 のときにバネに蓄えられているエネルギーを U_3 とする。エネルギー差 $U_1 - U_3$ が摩擦により失われたエネルギーと等しいことを示せ。

問題Ⅱ

図1のような回路を考える。電池の電圧、抵抗、及びコンデンサーの電気容量は図中の値を持つものとする。また、はじめにコンデンサーには電荷がないものとして次の問1、問2に答えよ。

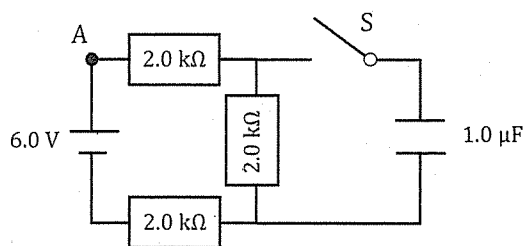


図1

- 問1. 図1の回路において、スイッチSを閉じた直後、点Aを流れる電流の大きさを求めよ。
- 問2. スイッチSを閉じて十分時間が経過したときの、コンデンサーの極板間の電位差、及び電気量をそれぞれ求めよ。

次に、図2のような、抵抗 r を3つ繋いだコの字型の合成抵抗 R_1 について考える。以下の問3から問5に答えよ。

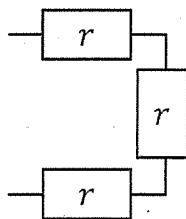


図2

- 問3. 図2のコの字型の抵抗を2個組み合わせることで、図3のような回路を考える。この回路のAB間の合成抵抗 R_2 を r を用いて表せ。

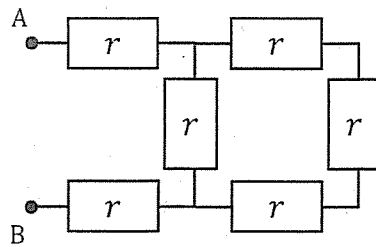


図 3

- 問4. 問3と同様に、図2のコの字型の抵抗を n 個組み合わせた抵抗を考え、その合成抵抗を R_n とする。この時、コの字型の抵抗を同様に $n+1$ 個組み合わせた回路は図4のように表すことができる。このことを利用し、コの字型の抵抗を $n+1$ 個組み合わせた抵抗の合成抵抗 R_{n+1} を r と R_n を用いて表せ。

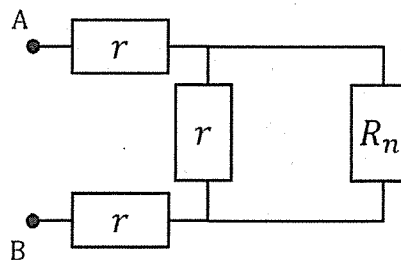


図 4

- 問5. 組み合わせる抵抗の数 n を大きくすると、合成抵抗の値がある抵抗値 R_G に近づいていく。十分大きな数 n について、 $R_{n+1} = R_n = R_G$ と近似できることを用いて、 R_G を r を用いて表せ。

次に、図5のような回路を考える。電源電圧、抵抗、及びコイルの自己インダクタンスは図中の値を持つものとする。また、コイルのもつ抵抗は0とする。

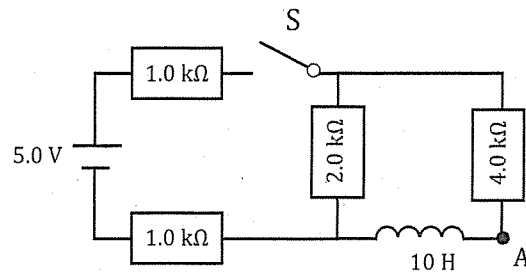


図 5

- 問6. スイッチ S を閉じた直後、点 A を流れる電流の大きさを求めよ。
- 問7. スイッチ S を閉じて十分時間が経過した後、点 A を流れる電流が一定の値となった。このとき点 A を流れる電流の大きさを求めよ。
- 問8. 問 7 でスイッチ S を閉じて十分時間が経過した後、再度スイッチ S を開いた。この時、コイルの自己誘導により回路に電流が流れた後、再び電流が 0 に戻った。スイッチ S を開いた後に、 $2.0\text{ k}\Omega$ の抵抗及び $4.0\text{ k}\Omega$ の抵抗で消費されたエネルギーはそれぞれいくらか。ただし、スイッチ S を開いた際にコイルに蓄えられていたエネルギーは、すべて回路内の抵抗で消費されたものとする。