令和７年度

理工学群物理学類
個別学力検査等〔後期日程〕

小　論　文
試　験　問　題

注意事項

①問題Ⅰおよび問題Ⅱのすべてに解答すること。

②解答用紙は各問題に対して１枚使用すること。それぞれの解答用紙の横長の枠内に「問題Ⅰ」のように問題番号を明記し、小問に分かれている場合は解答用紙に「問１」のように小問番号を記入した上で、小問ごとに解答すること。

③解答用紙のおもて面に書ききれない場合は、裏面を使用してもよい。裏面を使用する場合は、おもて面下側に「裏面につづく」と明記すること。

④試験時間は 90 分です。

問題 I

地球は半径 R、質量 M の一様な球体とみなすことができ、角速度 ω で自転しているとする。赤道を含む面内での質量 m の物体の運動を考え、空気抵抗や、太陽の周りの公転運動による影響は無視する。また、地球と物体の間の万有引力のみを考えるものとする。万有引力定数を G として、以下の問いに答えよ。考え方や計算の要点も記入すること。

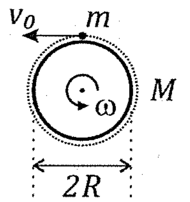


図 1

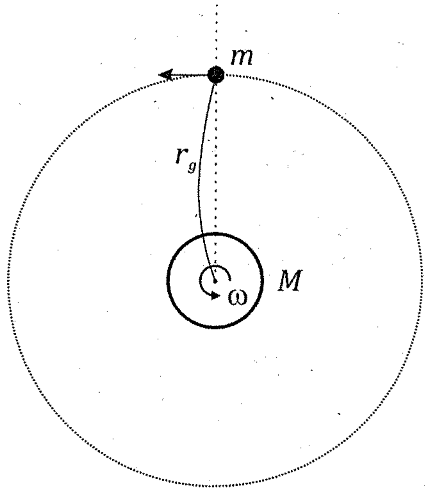


図 2

問1. 図 1 のように、質量 m の物体を地表すれすれに、ある速さで水平に地球の自転と同じ向きに発射したところ、物体は地表すれすれの円軌道を周回した。この時の地表に対する速さ v_0 を R、M、ω、G、m のうち必要なものを用いて表せ。また、この物体の公転周期 T を求めて、同様に表せ。

問2. 図 2 のように、質量 m の物体（人工衛星）の円運動を考える。地表の観測者から見て常に同じ位置に見える人工衛星を静止衛星という。この静止衛星軌道の半径 r_g を R、M、ω、G、m のうち必要なものを用いて表せ。

問3. 前問の静止衛星の運動エネルギー K と万有引力による位置エネルギー V を求めよ。ただし、万有引力による位置エネルギーの基準点は無限遠とする。また、力学的エネルギー E を求めよ。ただし、それぞれのエネルギーは R、M、G、m、r_g のうち必要なものを用いて表せ。ここで、r_g は問 2 で定義したものである。

次に、図３のように、十分長いまっすぐな剛体棒を地表に垂直に立て、これに沿ってエレベーターが昇降できるようにした。剛体棒は常に地表に垂直に保たれるものとする。 また、剛体棒とエレベーターの空気抵抗や摩擦は無視できる。地球の中心から距離 r の位置にエレベーターを固定し、そこから質量 m の物体を剛体棒に垂直な方向に発射して無限遠まで飛ばすことを考える。以下の問いに答えよ。

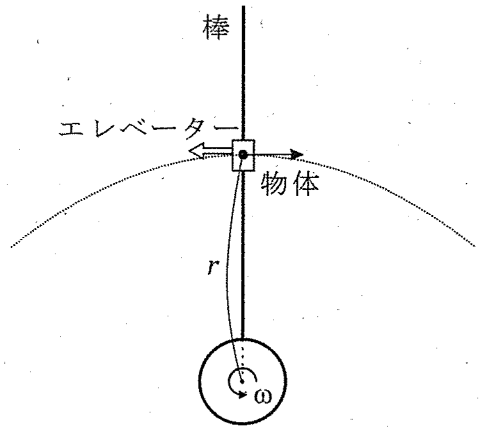


図３

問4.　エレベーターの進む向きと反対の向きに、エレベーターに対する速さ v_1 で物体を発射したところ、物体を無限遠まで飛ばすことができた。最小の v_1 を求め、R、M、ω、G、r のうち必要なものを用いて表せ。ただし、本問における r は問２で定義した r_g よりも小さいとする。

問5.　r が r_0 以上のときには、エレベーターから静かに物体を切り離しても無限遠まで飛ばすことができた。r_0 を求め、問２で求めた r_g を用いて表せ。

図４のように、地表からの距離 $3R$ の点 A にエレベーターを剛体棒に固定し、この点から質量 m の物体を剛体棒に垂直に、ある速さで発射したところ、物体は地球の中心を一つの焦点とする、地球の自転と同じ向きの楕円軌道を周回した。最近接点 C での地表からの距離は R であった。ケプラーの法則が、地球とこの物体の間に成り立つとして、以下の問いに答えよ。なお、地表における重力加速度の大きさを g とする。

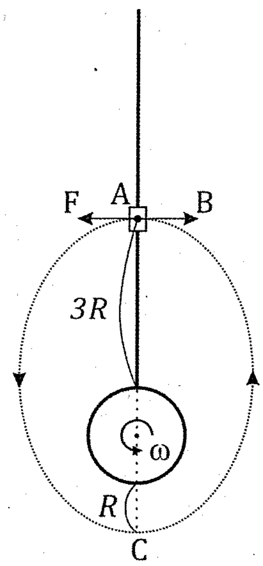


図４

問6.　楕円軌道上の物体の運動について、点 A での速さを求め、R と g を用いて表せ。

問7.　物体はエレベーターから見てどちら向き（F または B）にどのような速さで発射されたかを求め、ω、R、g を用いて表せ。なお、

$R = 6.4 \times 10^6$ m、$g = 9.8$ m/s^2 、$\omega = \frac{2\pi}{24 \times 3600}$ rad/s である。

問8.　この楕円運動の周期 T' を求め、R と g を用いて表せ。

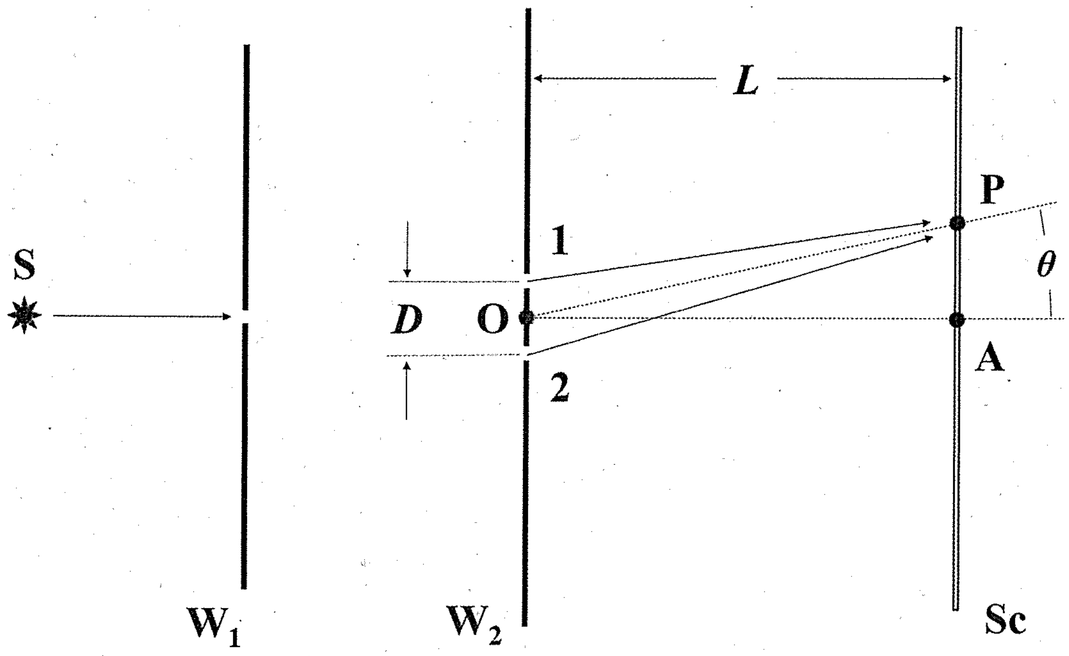
問9.　点 A で物体を発射してから初めて最近接点 C に達するまでに、地球が自転した角度はいくらか。有効数字２桁の数値で答えよ。なお、必要であれば、

$\sqrt{\frac{R}{g}} = 808$ s と近似してよい。

問題 II

光が波の性質を持つことは、ヤングの二重スリットの実験により明確に示された。その後、光は電磁波の一種であることがわかった。電磁波は、電場と磁場が時間的に変化しながら空間を伝わってゆくものであり、他の波と同様に、波長や振動数、速さ、位相などを考えることができる。電磁波の振幅とは、電場あるいは磁場の大きさの最大値のことである。

ヤングの実験の概念図を以下に示す。点光源 S から波長 λ の単色光が発せられ、最初の壁 W_1 のスリットを通り、次の壁 W_2 に向かう。壁 W_2 には二つのスリットがあり、光はこれらを経てスクリーン Sc に達する。二つの壁およびスクリーンは、それぞれ平行に置かれている。また、それぞれのスリットの幅は波長と同程度であり、光はスリットを通過すると回折する。壁 W_2 のスリット間の距離 D は、波長と比べて十分に大きく、壁 W_2 からスクリーンまでの距離 L より十分小さい。さらに、壁 W_1 のスリットから壁 W_2 の二つのスリットまでの距離は等しい。



この実験では、スクリーン上に明線と暗線が交互に観測される。その明るさ（光の強度）を求めるために、以下のように考えてみる。それぞれのスリットにおける回折による波の広がりは十分大きく、その強度は角度に依らず一様であると近似する。

(A) スクリーン上の任意の点Pに到達する光の波は、壁 W_2 の二つのスリットのそれぞれを通った波（波1および波2）の重ね合わせと考えることができる。

問1.　点Pでの波1、波2の変位を d_1、d_2 として、この点での波の変位 d_{12} を書け。

(B) 図に示すように、壁 W_2 の二つのスリットの中点をO、スクリーンの中心をAとする。また、OPとOAのなす角を θ とする。この角が0でないとき、二つのスリットから点Pまでの距離は異なり、よって二つの波は点Pにおいて異なる位相を持つ。いま、その位相差を ϕ とする。

問2.　点Pに明線が現れたとして、位相差 ϕ を整数 n を用いて表せ。

(C) 一般に、空間の任意の点における波の変位 d は、波源からの距離 r と時刻 t の関数として、以下のように書ける。ここで、波の波長を λ、振動数を f として、$k = 2\pi/\lambda$、$\omega = 2\pi f$ である。

$$d(r, t) = A(r) \sin(kr - \omega t)$$

また、$A(r)$ はこの点における振幅で、距離 r の関数である。

いま、壁 W_2 のスリットを通って点Pに到達した波について、距離 r はスリットから点Pまでの距離と考えてよい。

問3.　点Pにおける波の変位 d_{12} を、壁 W_2 のそれぞれのスリットからの距離 r_1 と r_2 を用いて書け。ただし、距離の違いによる振幅 $A(r)$ の差は無視できるものとし、

$$A(r_1) = A(r_2) = A$$

とおいてよい。

問4.　ここで、$\bar{r} = (r_1 + r_2)/2$ 、$\Delta r = r_2 - r_1$ とおく。問 3 の答を次の形

$$d_{12} = A\,C \sin(k\,\bar{r} - \omega t)$$

に変形し、そのときの C を求め、Δr と k を用いて表せ。

問5.　問 4 で定義した距離の差 Δr を，間隔 D および角 θ を用いて表せ。ただし、間隔 D は距離 r_1 、r_2 および L と比べて十分小さく、スリット 1 から点 P を見たときの角 θ_1 と、スリット 2 から点 P を見たときの角 θ_2 は、角 θ と同じであると近似してよい。

$$\theta_1 \fallingdotseq \theta_2 \fallingdotseq \theta$$

問6.　問 5 の答を用いて、問 4 の C を表せ。ただし，k を含む部分は λ で置き換えること。

問7.　一般に波の強度 I は振幅の二乗に比例する。これまでの結果をふまえ、強度 I を θ の関数として求め、その概略を図示せよ。ただし、$\theta = 0$ において強度 $I_0 = 1$ とする。

問8.　点 P において、$\theta = 0$ 以外の位置に最初の明線が観測されたとする。間隔 $D = 1.0 \times 10^{-1}$ mm、波長 $\lambda = 5.0 \times 10^{-4}$ mm、距離 $L = 1.0 \times 10^{3}$ mm であるとき、点 P のスクリーンの中心 A からの距離 AP を有効数字 1 桁で求めよ。必要であれば、小さい角についての近似 $\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta \fallingdotseq \theta$ を用いてよい。