

学群・学類	氏名	受験番号
理工学群社会工学類		

筑波大学理工学群社会工学類

令和 8 年度

編入学試験

学力検査問題

(数学)

【注意事項】

- 試験開始の合図があるまで、この問題の中身を見てはいけません。
- 問題冊子とすべての解答用紙の定められた欄に、志望する「学群・学類」、「氏名」、「受験番号」を記入すること。
- 解答用紙は 6 枚あります。
 解答用紙 1 枚目上部の細長い四角の枠内に「1」と記入すること。
 解答用紙 2 枚目上部の細長い四角の枠内に「2」と記入すること。
 解答用紙 3 枚目上部の細長い四角の枠内に「3」と記入すること。
 解答用紙 4 枚目上部の細長い四角の枠内に「4」と記入すること。
 解答用紙 5 枚目上部の細長い四角の枠内に「5」と記入すること。
 解答用紙 6 枚目上部の細長い四角の枠内に「6」と記入すること。
- 問題は 6 問あります。
 問題 1 を解答用紙 1 枚目に解答しなさい。
 問題 2 を解答用紙 2 枚目に解答しなさい。
 問題 3 を解答用紙 3 枚目に解答しなさい。
 問題 4 を解答用紙 4 枚目に解答しなさい。
 問題 5 を解答用紙 5 枚目に解答しなさい。
 問題 6 を解答用紙 6 枚目に解答しなさい。
- 解答にあたっては、導出過程も示すこと。
- 必要に応じて付表を参照すること。
- 解答用紙の裏面を解答のつづきに使用しても構いません。
- 問題冊子の余白は下書きに使用しても構いません。
- 試験終了後、問題冊子と解答用紙を別々に集めます。

問題 1 4 次の実対称行列 A を次のように定める.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

(1) 以下の v_1, v_2, v_3, v_4 は行列 A の固有ベクトルである.

$$v_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

各ベクトルに対応する固有値をそれぞれ答えよ.

(2) 直交行列を用いて行列 A を対角化せよ.

問題 2

- (1) n 次元実ベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ が 1 次独立であるとき, ベクトル $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{a} - 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ は 1 次独立であるか否かを示せ.
- (2) 以下の $\boldsymbol{a}_1$ から $\boldsymbol{a}_5$ のベクトルの中から, 1 次独立なベクトルの組を選ぶことを考える. 最も多くのベクトルを含む組を 1 つ示せ.

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix},$$
$$\boldsymbol{a}_4 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_5 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

問題 3 円周率 π の近似値を求めることを考える.

- (1) 関数 $f(x) = (1+x)^a$ のマクローリン展開を 2 次の多項式と剰余項の和の形式で示せ. ただし, a は定数である.
- (2) (1) で求めた関係式を利用して関数 $g(u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$ のマクローリン展開を求め, さらに両辺を 0 から定数 b ($0 \leq b \leq 1$) まで積分せよ. ただし, 剰余項の積分は $E(b)$ としてよい.
- (3) (2) で求めた関係式に $b = \frac{1}{2}$ を代入し, $E(b)$ を無視することにより, 円周率 π の近似値を求めよ. なお, 解答は分数で表せ.

問題 4

- (1) 以下の関数 $f(x, y)$ が点 $(0, 0)$ で連続であることを示せ.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$

- (2) 以下の重積分を計算せよ.

$$\iint_D (x^2 + 2y^2) \, dx \, dy, \quad D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$$

問題 5 定数 $\lambda > 0$ に対して, 以下の確率分布に従う確率変数 X を考える.

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

ただし, e は自然対数の底である.

(1) 以下の等式が成り立つことを示せ.

$$\sum_{k=0}^{\infty} P(X = k) = 1$$

(2) 確率変数 X の期待値を求めよ.

(3) 確率変数 $X(X - 1)$ の期待値を求めよ.

(4) 確率変数 X の分散を求めよ.

問題 6 以下のデータは正規母集団から無作為に抽出された標本とする.

11, 19, 2, 16, 13, 6, 0, 10, 18, 5

必要に応じて付表を参照し, 解答は四捨五入して小数点以下第 1 位まで求めること.

- (1) 標本の平均 m と不偏分散 u^2 を求めよ.
- (2) 母分散 $\sigma^2 = 50$ が既知のとき, 母平均 μ の 95%信頼区間を求めよ.
- (3) 母分散が未知のとき, 母平均 μ の 95%信頼区間を求めよ.

付表 1：平方根

n	2	3	5	7	11	13	17	19
$\sqrt{n}$	1.414	1.732	2.236	2.646	3.317	3.606	4.123	4.359

付表 2：標準正規分布表： $Q(z) = \int_0^z \phi(t)dt$. ただし, $\phi(\cdot)$ は標準正規分布の確率密度関数.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0754
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986

付表 3： t 分布表：自由度 ν の t 分布における片側確率 α の臨界値

$\alpha \setminus \nu$	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0.100	1.440	1.415	1.397	1.383	1.372	1.363	1.356	1.350	1.345
0.050	1.943	1.895	1.860	1.833	1.812	1.796	1.782	1.771	1.761
0.025	2.447	2.365	2.306	2.262	2.228	2.201	2.179	2.160	2.145