筑波大学理工学群　工学システム学類

令和８年度編入学試験
学力検査問題
（150 分）

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は，この表紙を含めて６ページあり，専門科目（数学，物理学）の各問題がまとめられています。
3. 問題数は，数学が２問，物理学が２問です。
4. 解答用紙と下書き用紙の定められた欄に，「学群・学類」，「氏名」，「受験番号」を記入してください。
5. 解答に際しては，数学，物理学の各問題で，別々の解答用紙を用いてください。解答用紙は，裏面を用いても構いません。
6. 解答用紙の上部の $\boxed{}$ 内に，数学問題１，数学問題２，物理学問題１，物理学問題２と記入し，各問題に小問がある場合には，それらの小問の解答を全て要領良く記述してください。

数学１　試験問題

１．以下の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{2-2\cos 5x}{x^2}$

２．以下の問いに答えよ。

(1) $x^2+xy+y^2=1$ を満たす実数 x,y の有界閉集合に関して，$f(x,y)=xy$ の最大値と最小値を求めよ。

(2) $f(x,y)=xy$ に関して(1)で求めた最大値をとる (x,y) のうち $x>0$ となるものを (x_0,y_0) とおく。曲線 $x^2+xy+y^2=1$ の (x_0,y_0) における接線の方程式を答えよ。

３．i を虚数単位とする。以下の問いに答えよ。

(1) 複素平面上の２点 $2i$ と $-i$ からの距離が 2:1 である点の集合が円となることを複素変数 z を用いて示せ。また，その円の中心と半径を求めよ。

(2) (1)で指定された z 平面上の円を複素関数 $w=1/z$ により w 平面上に変換した像を図示せよ。

数学 2 試験問題

漸化式 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$, $a_1 = 1, a_2 = 1$ を満たす数列 $\{a_n\}$ について考える。ここで n は正の整数とする。 $a_{n+1} = b_n$ として，以下の問いに答えよ。

(1) 上記漸化式を $\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$ と表す。ここで A は整数を成分とする 2 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & f \\ g & h \end{pmatrix}$ である。この行列 A の成分 f, g, h の値を求めよ。

(2) 行列 A の固有値 λ_1, λ_2 およびこれらに対応する固有ベクトル $\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2$ を求めよ。ただし $\lambda_1 < \lambda_2$ とし，$\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2$ それぞれの第 2 成分を 1 とすること。

(3) $P^{-1}AP$ が対角行列となるような行列 P，およびその逆行列 P^{-1} を求めよ。

(4) A^n を n, $P, P^{-1}, \lambda_1, \lambda_2$ を用いて表せ。

(5) $\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix}$ を A^n を用いて表し，数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(6) $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ を求めよ。

次に，漸化式 $a_{n+2} = sa_{n+1} + ta_n$（$s, t$ は実数）, $a_1 = 1, a_2 = 1$ を満たす数列 $\{a_n\}$ について考える。ここで n は正の整数とする。 $a_{n+1} = b_n$ として，以下の問いに答えよ。

(7) $\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$ を満たす行列 B を実数の範囲で対角化可能な s, t の必要十分条件を求めよ。

物理学１　試験問題

図１のように水平で段差のある滑らかな床がある。質量 M の直方体の剛体板Ａが，その粗い面を上段の水平面に揃えるように隙間なく置かれている。質量 m の質点Ｂ（ただし $m < M$）が上段の水平面を右向きに速さ v_0 で滑っており，やがて板Ａの上面に乗り移る。すると，徐々に質点Ｂは板Ａ上で減速し，板Ａは加速し，やがて質点Ｂは板Ａ上で板Ａに対して静止する（相対速度が０となる）。重力加速度は大きさ g で図の矢印の方向に働き，紙面奥行き方向の運動は起こらないものとし，質点Ｂと板Ａの間の動摩擦係数を μ とする。

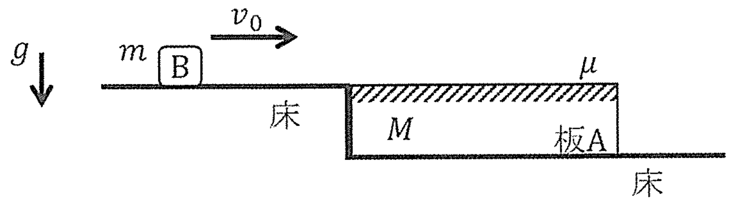

図１

(1) 質点Ｂが板Ａに対し静止した時の両物体の速度 v_1 を求めよ。

(2) 質点Ｂが板Ａ上に乗り移ってから板Ａに対し静止するまでの時間 t_1 を求めよ。

(3) 時間 t_1 経過後に板Ａおよび質点Ｂが持つ全運動エネルギーは，質点Ｂが板Ａに乗り移る前と比べて何倍となるか答えよ。

(4) 質点Ｂが板Ａ上を滑った距離（板Ａに対して移動した距離）L を求めよ。

（次ページに続く）

次に，図２のように，板Ａの上の左端から(4)で求めた距離 L だけ離れた位置Ｐに質量 $2m$ の質点Ｃ を載せる。この状態で，同様に質量 m の質点Ｂを上段の水平面を速さ v_0 で滑らせ，板Ａの上面に乗り移らせる。質点Ｃと板Ａの間の静止摩擦係数を μ_0 ，動摩擦係数を μ（質点Ｂと板Ａの間の動摩擦係数に等しい）とし，$\mu < \mu_0$ とする。

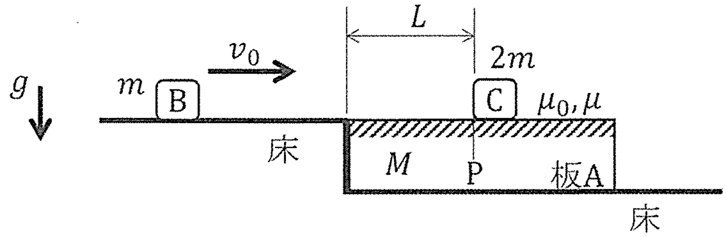

図２

(5) 板 A が動き始めたとき，質点 C はどのような動きをするか，下記の３つのうちから選び，その理由を力学的な数式（運動方程式，力の釣り合い，等）を用いて説明せよ。

① 質点Ｃは板Ａと一体となって動く。
② 質点Ｃは板Ａの上を板Ａに対して相対的に左に動く。
③ 質点Ｃは板Ａの上を板Ａに対して相対的に右に動く。

(6) その後これらの物体はどのような動きとなるか，下記の中から選択し，その理由を力学的な数式を用いて説明せよ。

① 位置 P で質点 B と質点 C が接触し，その位置で両者とも静止する。
② 位置 P で質点 B と質点 C が相対速度をもって衝突する。
③ 位置 P よりも手前（左）で，質点 B と C が衝突する。
④ 位置 P よりも手前（左）で，質点 B が板 A に対し静止するが，
質点 C はそれよりも右にある。
⑤ 位置 P よりも遠く（右）で，質点 B と C が衝突する。
⑥ 位置 P よりも遠く（右）で，質点 B が板 A に対し静止するが，
質点 C とは衝突しない。

物理学 2　試験問題

図 1 のように，真空中に置かれた中心 O を共有する半径 a の導体球と，厚さの無視できる半径 b の導体球殻（$a < b$）からなるコンデンサーを考える。導体球と導体球殻は完全導体とする。内側の導体球は接地されており，電位はゼロである。導体球と導体球殻の間は，誘電率 ε の誘電体で満たされている。外側の導体球殻の電位が V となるように保ったところ，内側の導体球には電荷 Q_a が，外側の導体球殻には電荷 Q_b が蓄えられた。中心 O から距離 r の点における電場の大きさを $E(r)$，電位を $\phi(r)$とする。無限遠の電位をゼロとし，真空の誘電率を ε_0 としたとき，以下の問いに答えよ。

(1) 導体球の内部（$r \leq a$）における$E(r)$と$\phi(r)$を求めよ。

(2) 導体球と導体球殻の間（$a \leq r \leq b$）における$E(r)$と$\phi(r)$を求めよ。

(3) 導体球殻の外側（$b \leq r$）における$E(r)$と$\phi(r)$を求めよ。

(4) Q_aとQ_bを求めよ。

(5) コンデンサーの静電容量を求めよ。ただし，Vを用いずに答えよ。

(6) 導体球と導体球殻の間に蓄えられる静電エネルギーについて，a, b, Q_a, Q_b, ε，ε_0のうち必要なものを用いて求めよ。

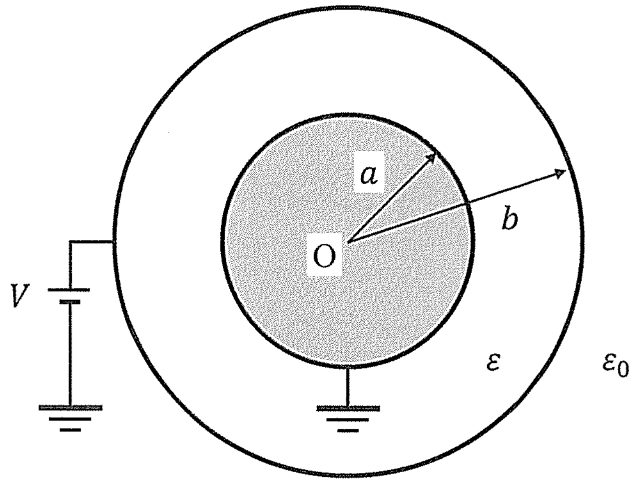

図 1