

令和8年度

理工学群 数学類
推薦入試

小論文
試験問題

注意事項

- ① 試験時間は120分です。全部で3問あり、すべてに解答してください。
- ② 問題ごとに解答用紙1枚ずつを使用し、各解答用紙の左上に問題の番号を明記してください。
- ③ 解答が書ききれない場合は、「裏へ」と明記した上で、その解答用紙の裏面に続けて書いてください。ただし、上部は5, 6 cm程あけてください（採点時には隠れてしまいます）。

問題 I c を実数とし, $c > 4$ とする.

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{2a_n - c}{2 - a_n} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

で定まる数列 $\{a_n\}$ を考える.

(1) すべての自然数 n について $a_n < 2$ かつ $a_n \neq -\sqrt{c}$ であることを示せ.

(2) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \frac{1}{a_n + \sqrt{c}} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

で定める. 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ.

問題 II 複素数 z が

$$\left| z + \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}, \quad z \neq 0, \quad \text{かつ} \quad z \neq -1$$

を満たしながら動くとする. 複素数平面上で 3 点 $A(1)$, $B(z)$, $C(z^2)$ を考える.

(1) $\angle ACB$ は直角であることを示せ.

(2) $|z|$ を z の偏角 θ を用いて表せ.

(3) z^2 の虚部が最小となる z を求めよ. また, そのときの三角形 ABC の面積を求めよ.

問題 III 四面体 $A_1B_1C_1D_1$ が, $A_1B_1 = \sqrt{3}$, $B_1C_1 = 2$, $C_1A_1 = \sqrt{3}$, および,

$$\overrightarrow{D_1A_1} \cdot \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{D_1B_1} \cdot \overrightarrow{D_1C_1} = \overrightarrow{D_1C_1} \cdot \overrightarrow{D_1A_1} = 0$$

を満たすとする. 自然数 n に対して, 四面体 $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}D_{n+1}$ が次の条件 (i), (ii), (iii), (iv) を満たすとする.

- (i) 点 A_{n+1} は三角形 $B_nC_nD_n$ の重心である.
- (ii) 点 B_{n+1} は三角形 $C_nD_nA_n$ の重心である.
- (iii) 点 C_{n+1} は三角形 $D_nA_nB_n$ の重心である.
- (iv) 点 D_{n+1} は三角形 $A_nB_nC_n$ の重心である.

以下の問いに答えよ.

- (1) $\overrightarrow{D_nA_n}$, $\overrightarrow{D_nB_n}$, $\overrightarrow{D_nC_n}$ をそれぞれ $\overrightarrow{D_1A_1}$, $\overrightarrow{D_1B_1}$, $\overrightarrow{D_1C_1}$ と n を用いて表せ.
- (2) 四面体 $A_nB_nC_nD_n$ の体積を V_n とする. このとき V_n を n を用いて表せ.
- (3) 三角形 $A_nB_nC_n$ の内心を I_n とし, 四面体 $I_nB_nC_nD_n$ の体積を W_n とする. このとき W_n を n を用いて表せ.