

令和8年度

試験名:外国学校経験者特別入試

【 理工学群 工学システム学類 】

区 分	標準的な解答例又は出題意図
問題 1	<p>(1)</p> $b_1 = -3, \quad b_2 = 3$ <p>(2)</p> $b_n = 3^n - 6$ <p>(3)</p> $a_n = n \cdot 3^{n-1} + 3$ <p>(4)</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{S_n} = \frac{2}{3}$

問題 2

(出題意図) 微分・積分について出題している。これらは大学で学ぶ上で必須の知識であり、これらに対する理解度を問う。

(解答例)

問 1

$$(1) \quad \log\left(\frac{1}{x}\right) = -\log x$$

点 P の x 座標を p とすると

$$kp^2 = -\log p$$

$$2kp = -\frac{1}{p}$$

より, $p = e^{\frac{1}{2}}$, よって P の座標は $(e^{\frac{1}{2}}, -\frac{1}{2})$, $k = -\frac{1}{2e}$

(2) 図に示すように曲線 C_1 , C_2 は点 P で接し他に交点を持たない。

よって面積 S は

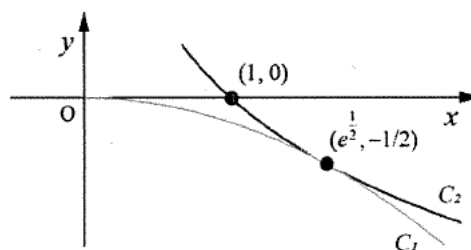
$$S = -\int_0^{e^{1/2}} \left(-\frac{1}{2e}x^2\right)dx + \int_1^{e^{1/2}} (-\log x)dx$$

$$\int_0^{e^{1/2}} \frac{1}{2e}x^2 dx = \frac{1}{2e} \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{e^{1/2}} = \frac{e^{1/2}}{6}$$

$$\int_1^{e^{1/2}} \log x dx = [x \log x]_1^{e^{1/2}} - \int_1^{e^{1/2}} dx = \frac{1}{2}e^{1/2} - e^{1/2} + 1 = 1 - \frac{1}{2}e^{1/2}$$

よって

$$S = \frac{2}{3}e^{1/2} - 1$$



問2

(1) $f'(x) = -e^{\cos x} \sin x + \sin x = \sin x(1 - e^{\cos x})$

(2) まず閉区間 $[0, \pi]$ における関数の増減を調べる。

$\sin x \geq 0$ なので、 $f'(x)$ の符号は $1 - e^{\cos x}$ に一致する。

・ $0 < x < \frac{\pi}{2}$ のとき $\cos x > 0$ のため $e^{\cos x} > 1 \Rightarrow 1 - e^{\cos x} < 0$ より

$f'(x) < 0$ (減少)

・ $x = \frac{\pi}{2}$ のとき $e^{\cos x} = 1$ より $f'(x) = 0$ (極値点)

・ $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ のとき $\cos x < 0$ のため $e^{\cos x} < 1 \Rightarrow 1 - e^{\cos x} > 0$ より

$f'(x) > 0$ (増加)

・ 端点 $x = 0, \pi$ も極値候補

よって増減表は次のようになる。

X	0	...	$\pi/2$...	π
$f'(x)$	0	-	0	+	0
$f(x)$	$e-1$	\searrow	1	\nearrow	$e^{-1}+1$

次に端点、極値点での値の計算と比較を行うと

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^0 - 0 = 1$$

$$f(0) = e^1 - 1 \approx 1.718$$

$$f(\pi) = e^{-1} + 1 \approx 0.368 + 1 = 1.368$$

比較すると最大値は $f_{\max} = e - 1$, 最小値は $f_{\min} = 1$

問題 3

(1)

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

(2)

$$v_1 = -\sqrt{\frac{k}{m}} y_1$$

(3)

台車 $Ma_1 = ky$

小球 $ma_2 = -ky - ma_1$

(4)

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{Mm}{(M+m)k}}$$

$$T_2 = \sqrt{\frac{M}{(M+m)}} 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \sqrt{\frac{M}{(M+m)}} T_1 < T_1$$

よって、 T_2 は、(1)で求めた周期 T_1 よりも短い。

(5)

(力)

台車と小球の運動量保存則が成り立ち、台車の重心位置の時間変化は、 $x = \frac{A}{4}(1 - \cos\omega t)$ であるから。

(6)

$$y_3 = -\frac{m\alpha}{k}$$

(7)

(イ)

小球と台車の系の重心位置は等速直線運動を行い、小球は台車上で単振動をしている。台車の重心位置はある速度で正方向に動きながら、小球の影響を受けて振動している。また、時刻 $t = t_1$ で台車はバネによる負の方向に力を受ける。それにより台車の速度は減少する動きを示すから。